MEHR ERFAHREN

NEUES ABITUR

ABITUR-TRAINING

Mathematik

Analytische Geometrie

STARK

Inhalt

Autor: Eberhard Endres

Im Hinblick auf eine eventuelle Begrenzung des Datenvolumens wird empfohlen, dass Sie sich beim Ansehen der Videos im WLAN befinden. Haben Sie keine Möglichkeit, den QR-Code zu scannen, finden Sie die Lernvideos auch unter:

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Trainingsband für die **Analytische Geometrie** halten Sie ein Buch in Händen, das Sie bei der Vorbereitung auf Klausuren und auf die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik umfassend unterstützt.

Das Buch ist sowohl für das **grundlegende** als auch für das **erhöhte Anforderungsniveau** (also **GK** und **LK**) geeignet. Lernabschnitte, die in der Regel nur für das erhöhte Anforderungsniveau relevant sind, wurden mit einem ✳ markiert. Die Einteilung erfolgte hierbei nach den **Vorgaben der Bildungsstandards** und kann in den einzelnen Bundesländern leicht davon abweichen.

Aufgrund des modularen Aufbaus müssen Sie das Buch nicht von vorne nach hinten lesen. Beginnen Sie Ihr Training in dem Stoffgebiet, in dem Sie Probleme haben. Folgende strukturelle Maßnahmen erleichtern dabei Ihre Arbeit:

- **Definitionen** und **Regeln** werden klar und präzise formuliert und in farbigen Kästen hervorgehoben, damit Sie die zentralen Inhalte eines Abschnitts schnell erfassen können.
- **Beispiele** verdeutlichen die Themen und helfen Ihnen, die Theorie praktisch nachzuvollziehen.
- **Musteraufgaben** zeigen Ihnen Schritt für Schritt, wie Sie die Rechen- und Denkwege nachvollziehen und anwenden können.
- **Lernvideos** ergänzen die Musteraufgaben: Durch Scannen des QR-Codes gelangen Sie einfach und direkt zu einem Video, das Ihnen das Thema anschaulich erläutert.
- **Übungsaufgaben** ermöglichen Ihnen, den gelernten Stoff anzuwenden und Ihre Fähigkeiten zu überprüfen.

  Darunter gibt es Übungsaufgaben, die **ohne Hilfsmittel** gelöst werden sollen; sie enthalten insbesondere Fragestellungen, die auch in hilfsmittelfreien Prüfungsteilen abgefragt werden können.
- **Lösungen** zu allen Übungsaufgaben finden Sie am Ende des Buches. Sie sind ausführlich erklärt, damit Sie jeden Schritt und den Lösungsansatz genau nachvollziehen können.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg für die gesamte Abiturprüfung und alles erdenklich Gute für Ihren weiteren Lebensweg.

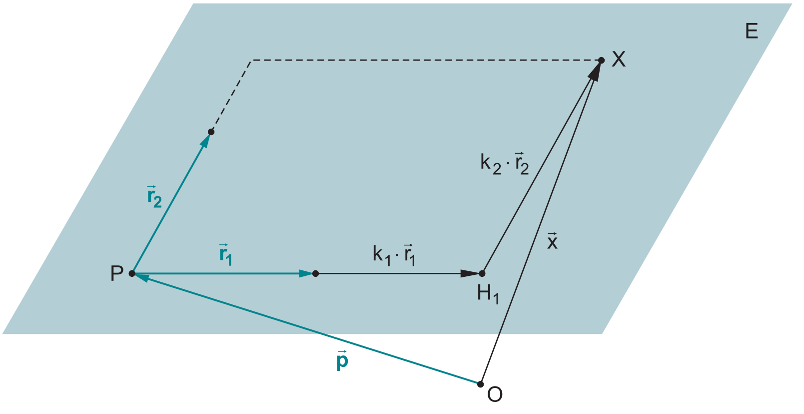
Ihr Autor und Ihr STARK Verlag

Eberhard Endres

Eberhard Endres

1 Ebenen in Parameterform

Im Gegensatz zu Geraden haben Ebenen zwei Dimensionen. Folglich kann man sich auf der Ebene nicht nur in eine Richtung bewegen, sondern in eine Kombination von zwei Richtungen. Hieraus ergibt sich die Idee, wie man vom Ursprung zu jedem beliebigen Punkt X in einer Ebene E gelangen kann:



Man geht zunächst vom Ursprung aus zu einem gegebenen Punkt P in der Ebene (auch **Aufpunkt** genannt). Hierzu ist der Ortsvektor $\vec{p} = \overrightarrow{OP}$ von P hilfreich, der als Stützvektor bezeichnet wird. Die Ebene E wird von zwei Vektoren $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$ „aufgespannt“, die in die zwei verschiedenen Richtungen der Ebene weisen. Diese beiden Vektoren werden entsprechend Spannvektoren genannt. Man geht vom Startpunkt P aus zunächst in Richtung des einen Spannvektors $\vec{r}_1$ bis zu einem Hilfspunkt H_1 und danach in Richtung des anderen Spannvektors $\vec{r}_2$ und kann somit jeden gewünschten Punkt X der Ebene erreichen.
Der Ortsvektor $\vec{x}$ vom Ursprung zu einem Punkt X der Ebene lässt sich deshalb als Linearkombination ausdrücken: $\vec{x} = \overrightarrow{OX} = \vec{p} + k_1 \cdot \vec{r}_1 + k_2 \cdot \vec{r}_2$

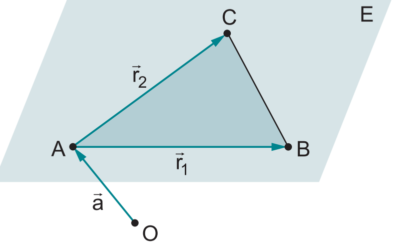
Parameterform einer Ebene
Eine Ebene E wird bestimmt durch einen **Stützvektor** $\vec{p}$, der vom Ursprung zu einem Punkt der Ebene führt, und zwei nicht kollineare **Spannvektoren** $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$.
Sie kann beschrieben werden durch die Parametergleichung:
E: $\vec{x} = \vec{p} + k_1 \cdot \vec{r}_1 + k_2 \cdot \vec{r}_2; \quad k_1, k_2 \in \mathbb{R}$
Die reellen Faktoren k_1 und k_2 sind die **Parameter** der Ebenengleichung.

Um zu überprüfen, ob ein bestimmter Punkt in einer gegebenen Ebene liegt, führt man analog zu Geraden eine **Punktprobe** durch. Dazu setzt man den Ortsvektor des Punktes für den variablen Ortsvektor $\vec{x}$ in die Ebenengleichung ein und untersucht das entstehende lineare Gleichungssystem auf Lösbarkeit.

Musteraufgabe

Bestimmen Sie die Gleichung der Ebene E, in der das Dreieck ABC mit A(1|−4|−2), B(5|0|2) und C(7|5|4) liegt. Untersuchen Sie zudem, ob die Punkte D(4|1|1) und F(−2|3|0) in dieser Ebene E liegen.

Lösung



Als Stützvektor der Ebene kann man jeden Vektor vom Ursprung zu einem Punkt der Ebene, z. B. zum Punkt A,

verwenden, also $\vec{a} = \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Die Ebene wird dann aufgespannt durch die (nicht kollinearen) Vektoren

$\vec{r}_1 = \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ und

$\vec{r}_2 = \overrightarrow{AC} = \vec{c} - \vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Eine mögliche Gleichung der Ebene E lautet also:

$$E:\ \vec{x} = \vec{a} + k_1 \cdot \vec{r}_1 + k_2 \cdot \vec{r}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + k_1 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + k_2 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix};\ k_1, k_2 \in \mathbb{R}$$

Genauso gut kann man beliebige Vielfache der beiden Spannvektoren (ungleich dem Nullvektor) verwenden, z. B.:

$$E:\ \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + k_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + k_2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix};\ k_1, k_2 \in \mathbb{R}$$

Punktprobe für den Punkt D(4|1|1):

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + k_1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + k_2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Diese Gleichung führt auf ein lineares Gleichungssystem für k_1 und k_2:

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 4 = 1 + k_1 + 2k_2 \\ \text{II} & 1 = -4 + k_1 + 3k_2 \\ \text{III} & 1 = -2 + k_1 + 2k_2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & k_1 + 2k_2 = 3 \\ \text{II} & k_1 + 3k_2 = 5 \\ \text{III} & k_1 + 2k_2 = 3 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{lrl} \text{I} & k_1 + 2k_2 = & 3 \\ \text{IV} = \text{I} - \text{II} & -\ k_2 = & -2 \\ \text{V} = \text{I} - \text{III} & 0 = & 0 \end{array}$$

Das Gleichungssystem hat eine eindeutige Lösung: Aus Gleichung IV ergibt sich $k_2 = 2$ und damit aus Gleichung I: $k_1 + 2 \cdot 2 = 3 \Leftrightarrow k_1 = -1$

Der Punkt D kann vom Ursprung aus über

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + (-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - 1 + 4 \\ -4 - 1 + 6 \\ -2 - 1 + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

angesteuert werden und liegt somit in der Ebene E.

Punktprobe für den Punkt F(–2|3|0):

$$\begin{pmatrix}-2\\3\\0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\-4\\-2\end{pmatrix}+k_1\cdot\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}+k_2\cdot\begin{pmatrix}2\\3\\2\end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lrcl} \mathrm{I} & -2 &=& 1+k_1+2k_2 \\ \mathrm{II} & 3 &=& -4+k_1+3k_2 \\ \mathrm{III} & 0 &=& -2+k_1+2k_2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{lrcl} \mathrm{I} & k_1+2k_2 &=& -3 \\ \mathrm{II} & k_1+3k_2 &=& 7 \\ \mathrm{III} & k_1+2k_2 &=& 2 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{lrcl} \mathrm{I} & k_1+2k_2 &=& -3 \\ \mathrm{IV}=\mathrm{I}-\mathrm{II} & -k_2 &=& -10 \\ \mathrm{V}=\mathrm{I}-\mathrm{III} & 0 &=& -5 \end{array}$$

Gleichung V stellt einen Widerspruch dar; somit liegt der Punkt F nicht in der Ebene E.

Übungsaufgaben

73 Geben Sie jeweils eine Gleichung der Ebene durch die Punkte A, B und C an.

a) A(5|2|1); B(1|1|3); C(–3|1|3)

b) A(6|–1|–3); B(3|–3|1); C(0|1|0)

74 Geben Sie jeweils vier Punkte in der Ebene E an.

a) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}5\\0\\3\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$; $r, s\in\mathbb{R}$

b) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\3\\0\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$; $s, t\in\mathbb{R}$

75 Bestimmen Sie die Parameter r und s, die den Punkt C der Ebene bestimmen.

a) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\-4\\-2\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\0\\1\end{pmatrix}$; $r, s\in\mathbb{R}$; C(9|–6|–1)

b) E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\-3\end{pmatrix}$; $r, s\in\mathbb{R}$; C(–1|5|–1)

76 Prüfen Sie, ob die Punkte A, B oder C in der Ebene E liegen.

E: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}$; $r, s\in\mathbb{R}$; A(1|1|1); B(–5|2|2); C(7|2|1)

77 a) In einer Ebene E liegen der Punkt A(1|1|–1) und die Gerade

g: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\0\\3\end{pmatrix}+k\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}$; $k\in\mathbb{R}$.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E.

b) Begründen Sie, warum sich mit dem Punkt P(3|2|3) und der Geraden g aus Teilaufgabe a keine eindeutige Ebenengleichung aufstellen lässt.

73 Man verwendet z. B. jeweils den Ortsvektor $\overrightarrow{OA}$ als Stützvektor und die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$ und $\overrightarrow{AC}$ als Spannvektoren.

a) $\mathbf{E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix};\ r, s \in \mathbb{R}}$

b) $\mathbf{E\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix};\ r, s \in \mathbb{R}}$

74 Man setzt beliebige Zahlen für r und s bzw. s und t ein und erhält damit beliebig viele Punkte in der Ebene E, z. B.:

a) $r=1;\ s=0$: $\quad \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_1(7\,|\,1\,|\,2)}$

$r=0;\ s=1$: $\quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_2(6\,|\,0\,|\,5)}$

$r=0;\ s=0$: $\quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_3(5\,|\,0\,|\,3)}$

$r=-1;\ s=1$: $\quad \vec{x}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_4(4\,|\,-1\,|\,6)}$

b) $s=1;\ t=0$: $\quad \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_1(0\,|\,6\,|\,1)}$

$s=0;\ t=-1$: $\quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_2(-1\,|\,1\,|\,-2)}$

$s=2;\ t=1$: $\quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_3(1\,|\,11\,|\,4)}$

$s=-1;\ t=-1$: $\quad \vec{x}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} - 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{P_4(-2\,|\,-2\,|\,-3)}$

75 a) Ansatz: $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -6 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{lrcl} \text{I} & 1 + r - 2s & = & 9 \\ \text{II} & -4 - r & = & -6 \\ \text{III} & -2 + 2r + s & = & -1 \end{array} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{lrcl} \text{I} & r - 2s & = & 8 \\ \text{II} & -r & = & -2 \\ \text{III} & 2r + s & = & 1 \end{array}$$

Aus Gleichung II ergibt sich $\mathbf{r=2}$; eingesetzt in Gleichung III erhält man $\mathbf{s=-3}$.
In Gleichung I ergibt sich mit diesen Werten von r und s eine wahre Aussage:
$2-2\cdot(-3)=2+6=8$

b) Ansatz: $\begin{pmatrix}1\\0\\5\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}1\\-2\\1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}1\\-1\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\5\\-1\end{pmatrix}$

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 1+r+s=-1 \\ \text{II} & 0-2r-s=5 \\ \text{III} & 5+r-3s=-1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & r+s=-2 \\ \text{II} & -2r-s=5 \\ \text{III} & r-3s=-6 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & r+s=-2 \\ \text{IV}=2\cdot\text{I}+\text{II} & s=1 \\ \text{V}=\text{I}-\text{III} & 4s=4 \end{array}$$

Aus Gleichung IV bzw. V ergibt sich $\mathbf{s=1}$, eingesetzt in I folgt $\mathbf{r=-3}$.

76 Punktprobe für A ergibt:

$$\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=2 \\ \text{II} & r+2s=3 \\ \text{III} & -4r+s=1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=2 \\ \text{IV}=\text{I}-2\cdot\text{II} & -6s=-4 \\ \text{V}=2\cdot\text{I}+\text{III} & -3s=5 \end{array}$$

Gleichung IV ergibt $s=\frac{2}{3}$, während sich aus Gleichung V der Wert $s=-\frac{5}{3}$ ergibt. Wegen dieses Widerspruchs liegt A **nicht** in der Ebene E.

Punktprobe für B ergibt:

$$\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\2\\2\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=-4 \\ \text{II} & r+2s=4 \\ \text{III} & -4r+s=2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=-4 \\ \text{IV}=\text{I}-2\cdot\text{II} & -6s=-12 \\ \text{V}=2\cdot\text{I}+\text{III} & -3s=-6 \end{array}$$

Aus den Gleichungen IV und V folgt jeweils $s=2$; eingesetzt in I erhält man:
$2r-4=-4 \quad\Leftrightarrow\quad r=0$
Der Punkt B liegt somit in der Ebene E.

Punktprobe für C ergibt:

$$\begin{pmatrix}-1\\-2\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-4\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\2\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=8 \\ \text{II} & r+2s=4 \\ \text{III} & -4r+s=1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{ll} \text{I} & 2r-2s=8 \\ \text{IV}=\text{I}-2\cdot\text{II} & -6s=0 \\ \text{V}=2\cdot\text{I}+\text{III} & -3s=17 \end{array}$$

Gleichung IV ergibt $s=0$, während sich aus Gleichung V der Wert $s=-\frac{17}{3}$ ergibt. Wegen dieses Widerspruchs liegt C **nicht** in der Ebene E.

77 a) Der Punkt $A(1\,|\,1\,|\,-1)$, der aufgrund seiner x_3-Koordinate offensichtlich nicht auf g liegt, und der Aufpunkt $B(-1\,|\,0\,|\,3)$ der Geraden g liegen in der Ebene E. Daher kann man den Ortsvektor von A als Stützvektor der Ebene E verwenden und den Verbindungsvektor $\overrightarrow{AB}$ sowie den Richtungsvektor der Geraden g als (nicht kollineare) Spannvektoren. Eine Gleichung der Ebene E lautet somit:

$$\mathbf{E:}\ \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-2\\-1\\4\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix};\ s,t\in\mathbb{R}$$