2025 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Schleswig-Holstein

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den benötigten Code findest du auf der Umschlaginnenseite.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **MSA 2025 – Mathematik – Schleswig-Holstein** (Best.-Nr. J01100).
Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autorinnen und Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

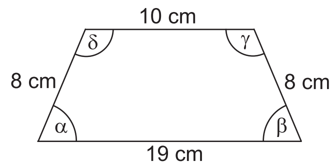
Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

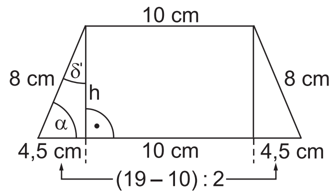
Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:
Stephanie Zumblick, Jörg Collenburg, Doris Cremer, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

111 Gegeben: $a = 19$ cm
$c = 10$ cm
$b = d = 8$ cm
Gesucht: α; β; γ; δ; A



Im gleichschenkligen Trapez ist $\alpha = \beta$ und $\gamma = \delta$.
Durch Einzeichnen der Höhe h findet man ein rechtwinkliges Dreieck:



Berechnung von α mit dem Kosinus:

$$\cos\alpha = \frac{4,5}{8}$$
$$\alpha \approx 55,77°$$

Berechnung von δ' mit dem Sinus:

$$\sin\delta' = \frac{4,5}{8}$$
$$\delta' \approx 34,23°$$

Berechnung von δ:
$\delta = 90° + \delta' = 90° + 34,23° = 124,23°$

Berechnung der Höhe h mit dem Satz des Pythagoras:

$$4,5^2 + h^2 = 8^2 \qquad \left| -4,5^2 \right.$$
$$h^2 = 8^2 - 4,5^2 \qquad \left| \sqrt{} \right.$$
$$h = \sqrt{8^2 - 4,5^2}$$
$$h \approx 6,61$$

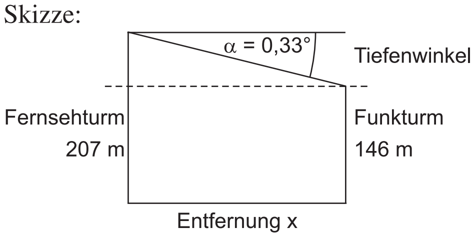
Berechnung des Flächeninhaltes A:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h = \frac{19+10}{2} \cdot 6,61 \approx 95,85$$

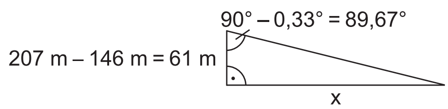
Ergebnis: $\alpha = 55,77°$; $\beta = 55,77°$; $\gamma = 124,23°$; $\delta = 124,23°$; $A = 95,85 \text{ cm}^2$

---

112 Skizze:



Berechnung von x mit dem Tangens:



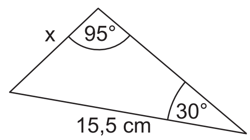
$$\tan 89,67° = \frac{x}{61} \qquad \left| \cdot 61 \right.$$
$$\tan 89,67° \cdot 61 = x$$
$$x \approx 10\,590,92$$

Der Funkturm ist ungefähr 10,59 km vom Fernsehturm entfernt.

---

113 a) Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:



$$\frac{15,5}{\sin 95°} = \frac{x}{\sin 30°} \qquad \left| \cdot \sin 30° \right.$$
$$x = \frac{15,5 \cdot \sin 30°}{\sin 95°}$$
$$x \approx 7,78$$

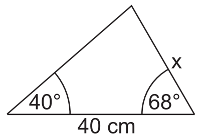
Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:
$\alpha = 180° - 95° - 30° = 55°$
Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot x \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \cdot 7,78 \cdot \sin 55° \approx 49,39$$

b) Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:

$\gamma = 180° - 40° - 68° = 72°$



Berechnung der Länge der Strecke x:

$$\frac{40}{\sin 72°} = \frac{x}{\sin 40°} \qquad \Big| \cdot \sin 40°$$

$$x = \frac{40 \cdot \sin 40°}{\sin 72°}$$

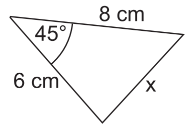
$$x \approx 27{,}03$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot x \cdot \sin 68° = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 27{,}03 \cdot \sin 68° \approx 501{,}24$$

c) Gegeben: SWS $\rightarrow$ Kosinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:



$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45° \qquad \Big| \sqrt{}$$

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45°}$$

$$x \approx 5{,}67$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45° \approx 16{,}97$$

114

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \qquad \Big| -b^2 - c^2$$

$$a^2 - b^2 - c^2 = -2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \qquad \Big| : (-2 \cdot b \cdot c)$$

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c} = \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c}$$

---

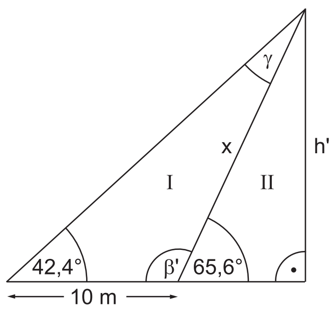
115 Bestimmung aller Winkel im Teildreieck I:

Berechnung von β' als Nebenwinkel von β:

$\beta' = 180° - \beta = 180° - 65{,}6° = 114{,}4°$

Berechnung von γ mit der Winkelsumme:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta' = 180° - 42{,}4° - 114{,}4° = 23{,}2°$



Berechnung von x im Teildreieck I:

Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\gamma} = \frac{x}{\sin\alpha} \qquad \Big| \cdot \sin\alpha$$

$$x = \frac{\overline{AB} \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$x = \frac{10 \cdot \sin 42{,}4°}{\sin 23{,}2°}$$

$$x \approx 17{,}12$$

Berechnung von h' im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin\beta = \frac{h'}{x} \qquad \Big| \cdot x$$

$$h' = \sin\beta \cdot x$$

$$h' = \sin 65{,}6° \cdot 17{,}12$$

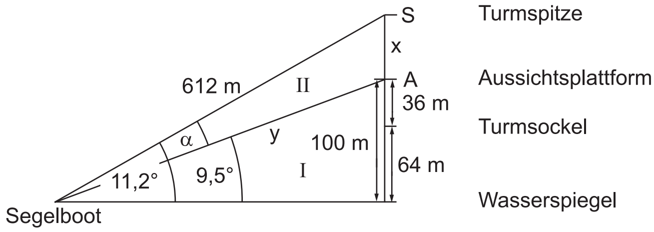
$$h' \approx 15{,}59$$

Berechnung von h:
$h = 15{,}59 + 1{,}60 = 17{,}19$

Die Kletterwand ist 17,19 m hoch.

---

116 Berechnung von y im rechtwinkligen Teildreieck I:



$$\sin 9{,}5° = \frac{100}{y} \qquad \Big| \cdot y \quad \Big| : \sin 9{,}5°$$

$$y = \frac{100}{\sin 9{,}5°}$$

$$y \approx 605{,}89$$

Berechnung von α:
$\alpha = 11{,}2° - 9{,}5° = 1{,}7°$

Berechnung von x im Teildreieck II:
Gegeben: SWS $\rightarrow$ Kosinussatz

$$x^2 = 612^2 + 605{,}89^2 - 2 \cdot 612 \cdot 605{,}89 \cdot \cos 1{,}7° \qquad \Big| \sqrt{}$$

$$x = \sqrt{612^2 + 605{,}89^2 - 2 \cdot 612 \cdot 605{,}89 \cdot \cos 1{,}7°}$$

$$x \approx 19{,}07$$

oder

Berechnung von x im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin 11{,}2° = \frac{100 + x}{612} \qquad \Big| \cdot 612$$

$$\sin 11{,}2° \cdot 612 = 100 + x \qquad \Big| -100$$

$$x = \sin 11{,}2° \cdot 612 - 100$$

$$x \approx 18{,}87$$

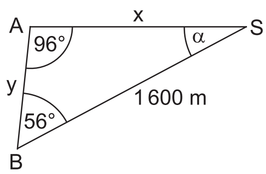
Hinweis: Die unterschiedlichen Ergebnisse für x sind die Folge von Rundungen.

Höhe des Turmes:
$x + 36 = 19 + 36 = 55$

Der Grunewaldturm ist 55 m hoch.

---

117 Berechnung von x:
Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz



$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{x}{\sin 56°} \qquad \Big| \cdot \sin 56°$$

$$x = \frac{1\,600 \cdot \sin 56°}{\sin 96°}$$

$$x \approx 1\,333{,}77$$

Berechnung von α mit Winkelsumme:
$\alpha = 180° - 96° - 56° = 28°$

Berechnung von y:
Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{y}{\sin 28°} \qquad \Big| \cdot \sin 28°$$

$$y = \frac{1\,600 \cdot \sin 28°}{\sin 96°}$$

$$y \approx 755{,}29$$

Länge der Gesamtstrecke:
$1\,600 + 1\,333{,}77 + 755{,}29 = 3\,689{,}06$

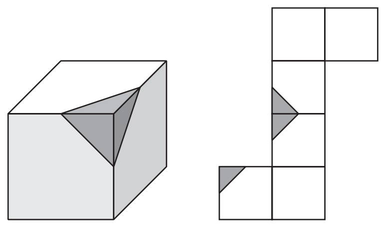
Die Schwimmstrecke ist rund 111 m kürzer als die tatsächliche Wettkampfstrecke.

Abschlussprüfung 2023

Heft 1 – A: Kurzformaufgaben

Hinweise und Tipps

A1



Wenn man das Würfelnetz zu einem Würfel zusammenfaltet, stoßen genau zwei Quadrate mit der markierten Ecke zusammen. Dies sind die beiden mittleren Quadrate in der Viererreihe.

Tipp: Schneide dir aus Karopapier das Würfelnetz aus und falte es zusammen.

A2 **a)** ☐ 1 % ☐ 5 % ☒ 10 %

20 von 200 Losen sind Gewinne. Die Wahrscheinlichkeit, einen Gewinn zu ziehen, beträgt daher:

$\frac{20}{200} = \frac{10}{100} = 10\ \%$

b) ☒ Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist größer im Vergleich zur ersten Ziehung.

☐ Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist kleiner im Vergleich zur ersten Ziehung.

☐ Die Wahrscheinlichkeit, als nächstes einen Gewinn zu ziehen, ist genauso groß wie bei der ersten Ziehung.

Gesamtanzahl der Lose: 200 Lose
minus 50 Nieten $\Rightarrow$ 150 Lose

Es sind nach wie vor 20 Gewinne im Gefäß, aber die Gesamtzahl der Lose beträgt nur noch 150. Daher ist jetzt die Wahrscheinlichkeit, einen Gewinn zu ziehen, größer als im Falle der Teilaufgabe a:

$\frac{20}{150} = 13{,}\overline{3}\ \%$

A3 ☐ 1,5 und 2 ☐ 2 und 2,5 ☒ 2,5 und 3

$$\begin{array}{lll} \sqrt{4} & \Rightarrow & 2 \\ \sqrt{6{,}25} & \Rightarrow & 2{,}5 \\ \sqrt{9} & \Rightarrow & 3 \end{array} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \sqrt{8}$$

Tipp: Suche zwei Quadratzahlen, die größer und kleiner als 8 sind, und taste dich an den gesuchten Wert heran. Durch eine solche Einschachtelung kann man den Wurzelwert ziemlich genau bestimmen.

A4 Der Verlust beträgt 2 €.

Prozentualer Anteil des Verlusts am ursprünglichen Preis:

2 € von 8 € $\Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\ \%$

Du kannst den Nachweis auch mithilfe der Prozentformel führen: Der ursprüngliche Preis von 8 € ist der Grundwert G, der Verlust von 2 € ist der Prozentwert P. Gesucht ist der Prozentsatz p. Nach der Prozentformel gilt für p:

$p = \frac{P \cdot 100\ \%}{G} = \frac{2\ € \cdot 100\ \%}{8\ €} = 25\ \%$

A5 $\beta = 65°$
$\delta = 130°$

Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180°. Es gilt also:

$$\begin{aligned} 50° + \beta + \beta &= 180° \\ 2\beta &= 130° \\ \beta &= 65° \end{aligned}$$

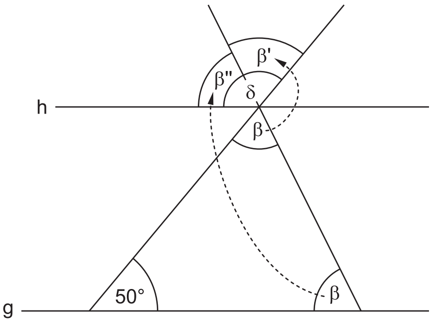
Den Winkel δ kannst du auf zweierlei Art berechnen.

Möglichkeit 1: Der Nebenwinkel von δ ist gleichzeitig der Stufenwinkel zum Winkel 50° des Dreiecks, es gilt daher:

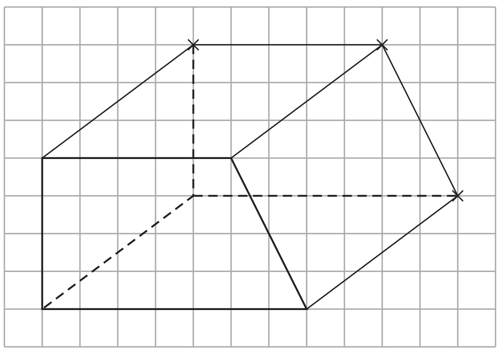
$$\begin{aligned} \delta + 50° &= 180° \\ \delta &= 130° \end{aligned}$$

Hinweise und Tipps

Möglichkeit 2: Der Winkel δ setzt sich aus den zwei Teilwinkeln β' und β'' zusammen: β in der Spitze des Dreiecks ist der Scheitelwinkel zu β' und β unten rechts im Dreieck ist der Stufenwinkel zu β''. Zusammen ergeben sie den gesuchten Winkel:
$\delta = 65° + 65° = 130°$



A6



Die schräg nach hinten verlaufende gestrichelte Linie gibt vor, wie tief das Prisma ist. Die senkrechte gestrichelte Linie gibt die Höhe vor.

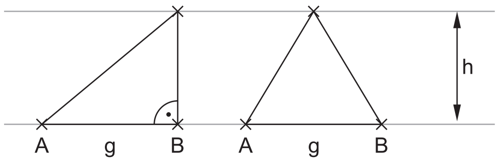
1. Schritt: Zeichne von jedem Eckpunkt eine parallele Strecke zur vorgegebenen Schräglinie (oder markiere den jeweiligen Endpunkt durch Abzählen der Kästchen: 4 nach rechts, 3 nach oben und verbinde mit dem Startpunkt.)

2. Schritt: Zeichne die Verbindungslinien ein. Die hintere waagerechte Grundlinie musst du gestrichelt zeichnen, da sie unsichtbar ist.

A7

a) Gegenbeispiel: 31 ist größer als 13, aber die Quersumme von beiden Zahlen ist gleich groß, nämlich $3 + 1 = 1 + 3 = 4$.

b) Gegenbeispiel:



In der Mathematik genügt ein Gegenbeispiel, um eine Aussage zu widerlegen.
Die natürlichen Zahlen sind 1, 2, 3, …
Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie in Form, Winkeln und Seitenlängen übereinstimmen. Die Übereinstimmung in Grundseite und Höhe reicht nicht aus.

A8

a) Anzahl der Plätze in Reihe 5: 16

Reihe 1	8 Plätze	
		+2
Reihe 2	10 Plätze	
		+2
Reihe 3	12 Plätze	
		+2
Reihe 4	14 Plätze	
		+2
Reihe 5	16 Plätze	

b) ☐ $8 + 2n$ ☒ $6 + 2n$ ☐ $8n + 2$

Überprüfe die vorgegebenen Terme an einer bekannten Reihe:

Reihe 3	$8 + 2 \cdot 3 = 14$	f
	$6 + 2 \cdot 3 = 12$	✓
	$8 \cdot 3 + 2 = 26$	f

Hinweise und Tipps

Aufgabe B3: Funktionen

(1) **a)** $t(2) = 44{,}1$

Nach 2 Minuten beträgt die Temperatur 44,1 °C.

Du erhältst die gesuchte Temperatur, indem du den Wert $x = 2$ in die Funktionsgleichung $t(x)$ einsetzt:

$t(x) = 90 \cdot 0{,}7^x$

$t(2) = 90 \cdot 0{,}7^2$

$t(2) = 44{,}1$

In der Gleichung steht die 90 für die Ausgangstemperatur 90 °C. Der Faktor 0,7 zeigt, dass es sich um eine Abnahme handelt (da $0{,}7 < 1$; beim Faktor 1 bliebe die Temperatur konstant, bei einem Faktor > 1 würde sie steigen).

b)

$$\begin{aligned} 18 &= 90 \cdot 0{,}7^x && |:90 \\ 0{,}2 &= 0{,}7^x && |\lg \\ \lg 0{,}2 &= x \cdot \lg 0{,}7 && |:\lg 0{,}7 \\ 4{,}51 &\approx x \end{aligned}$$

Nach ungefähr 4,5 Minuten müsste die Temperatur auf 18 °C abgekühlt sein.

Setze die Gleichung $t(x) = 18$ an und löse nach x auf.

c) Ari hat recht.

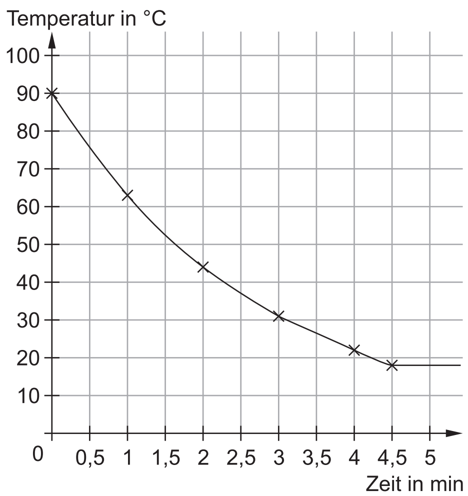
Der Tee kann nicht unter die Umgebungstemperatur abkühlen. Dazu müsste er aktiv gekühlt werden (Kühlschrank).

Du kannst Aris Aussage auf verschiedene Weisen begründen. Die Begründung links folgt einer physikalische Argumentation.

Alternativ könnte man – ausgehend von der Funktion $t(x)$ – auch mathematisch argumentieren:
Die Funktionsgleichung $t(x)$ der Temperaturabnahme ist eine Exponentialfunktion, die stets positive Wert annimmt und daher keine Nullstelle hat. Für große Temperaturen nähert sich der Graph der Funktion von oben der x-Achse an (waagerechte Asymptote).

Hinweis: Da die Raumtemperatur hier bei 18 °C liegt und nicht unterschritten werden kann, die Funktion $t(x)$ für große Temperaturen x aber nach null strebt, beschreibt $t(x)$ die Temperaturabnahme des Tees nicht über den gesamten Temperaturbereich korrekt.

d)



Erstelle eine Wertetabelle und übertrage die Werte in das Koordinatensystem. Ab 4,5 Minuten muss der Graph als Gerade parallel zur x-Achse verlaufen, da dann die Umgebungstemperatur erreicht wurde.

x	0	1	2	3	4	4,5
t(x)	90	63	44,1	30,9	21,6	18

(2) **a)** Die Temperaturabnahme ist für gleich große Zeitintervalle nicht konstant, daher ist er Zusammenhang **nicht linear**.

Prüfen auf Produktgleichheit:

Linearität: Überprüfe, ob die Temperaturabnahme für gleich große Zeitintervalle (hier: je 1 Minute) konstant ist:

+1 +1 +1

vergangene Zeit in min	0	1	2	3
Temperatur in °C	100,0	89,0	79,2	70,5

−11 −9,8 −8,7