2025
2026

Abitur

Original-Prüfu
mit Lösungen

MEHR
ERFAHREN

Schleswig-Holstein

Mathematik

+ Online-Glossar

PDF

STARK

Inhalt

Zentralabitur 2024

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode auf der Umschlaginnenseite).

Bei **MySTARK** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März unter:
www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Lösungen der Aufgaben:

Prof. Dr. Hinrich Lorenzen:
2021 bis 2023: Aufgaben 1, 2, 3
Oliver Thomsen:
2021 bis 2023: hilfsmittelfreier Teil, Aufgaben 4, 1 (CAS), 2 (CAS)

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch möchten wir Ihnen helfen, sich effektiv auf das **Zentralabitur** vorzubereiten:

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zum Abitur**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung auf die Abiturklausur hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette Aufstellung der für die Prüfung relevanten Themen, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben.
- Sie finden darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf das Abitur als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält alle **in den Jahren 2021 bis 2023 in Schleswig-Holstein zentral gestellten Aufgaben** des Haupttermins der schriftlichen Abiturprüfung. Zudem stehen Ihnen die Aufgaben des Jahres 2024 als PDF zum Download zur Verfügung, sobald sie zur Veröffentlichung freigegeben sind. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Sämtliche Aufgaben enthalten **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz**, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung vom Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter:
www.stark-verlag.de/mystark

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Abiturprüfung!

Prof. Dr. H. Lorenzen Oliver Thomsen

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

1 Ablauf der Prüfung

Einführung des Zentralabiturs in Schleswig-Holstein

Zur Sicherung der Vergleichbarkeit und Qualität aller schulischen Abschlüsse hat die Landesregierung Schleswig-Holstein schrittweise zentrale Abschlussprüfungen in Schleswig-Holstein eingeführt.
Seit dem Schuljahr 2010/2011 werden in der Abiturprüfung an den Gymnasien und Gemeinschaftsschulen mit Oberstufe des Landes Schleswig-Holstein für die schriftlichen Prüfungen der Kernfächer Deutsch, Englisch, Französisch, Spanisch, Russisch, Dänisch, Latein und Mathematik zentrale Aufgaben gestellt.

Aufbau der Prüfung (seit 2024)

Die Prüfung besteht aus zwei Teilen:

- Der hilfsmittelfreie Teil (Teil A) besteht aus insgesamt 10 Kurzformataufgaben, davon vier Aufgaben, deren Anforderungen in den Anforderungsbereichen I und II liegen (Aufgabengruppe 1). Zwei dieser vier Aufgaben beziehen sich auf die Analysis und je eine Aufgabe auf die Analytische Geometrie und die Stochastik. Von den weiteren sechs hilfsmittelfreien Aufgaben, deren Anforderungen in Teilen im Anforderungsbereich III liegen (Aufgabengruppe 2) beziehen sich jeweils zwei auf die Analysis, die Analytische Geometrie und die Stochastik. Die vier Aufgaben der Aufgabengruppe 1 sind von allen Prüflingen zu bearbeiten. Ferner wählen sie zwei der sechs Aufgaben der Aufgabengruppe 2 zur Bearbeitung aus. Für diese Wahl gibt es keine Einschränkung; die gewählten Aufgaben dürfen auch im selben Sachgebiet liegen.
- Der zweite Teil (Teil B) besteht aus komplexeren Aufgabenstellungen. Die Schule erhält dazu jeweils zwei Aufgaben aus den Sachgebieten Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Die Abiturprüfungskommission wählt auf Vorschlag der Prüfungslehrkraft im Fach Mathematik aus jedem Sachgebiet jeweils eine Aufgabe aus, die dann von allen Prüflingen zu bearbeiten ist. Im Jahr 2024 galt dies nur für die Sachgebiete Analysis und Stochastik; die beiden Aufgaben des Sachgebiets Analytische Geometrie wurden den Prüflingen zur Auswahl vorgelegt. Infolge der Auswahlmöglichkeit im Teil B verlängerte sich die Prüfungszeit um 30 Minuten.

Bis zur Prüfung 2023 bestand die Prüfung aus den folgenden beiden Teilen:

- Der hilfsmittelfreie Teil mit Kurzformataufgaben enthielt auch Aufgaben, die aus einem gemeinsam von den Ländern Bayern, Bremen, Hamburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Sachsen und Schleswig-Holstein bzw. vom Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) in Berlin entwickelten Aufgabenpool entnommen wurden. Dieser Teil war von allen Prüflingen zu Beginn der Prüfung zu bearbeiten.
- Der zweite Teil bestand aus komplexeren Aufgabenstellungen. Die Schule erhielt dazu zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis und je eine aus den Sachgebieten Analytische Geometrie und Stochastik. Die Abiturprüfungskommission wählte auf Vorschlag der Prüfungslehrkraft im Fach Mathematik eine der beiden Analysisaufgaben aus, die dann von allen Prüflingen zu bearbeiten war. Von den beiden Aufgaben der anderen Sachgebiete konnte sich jede Schülerin bzw. jeder Schüler selbst eine zur Bearbeitung auswählen.

Zeitlicher Ablauf

Zu Beginn der Prüfung erhalten die Prüflinge alle Aufgaben, sowohl für Teil A als auch für Teil B. Sie bearbeiten zunächst Teil A. Nach der Abgabe dieses Teils (inklusive der nicht gewählten Aufgaben und einem Bogen, auf dem die Auswahl der gewählten und bearbeiteten Aufgaben der Aufgabengruppe 2 kenntlich gemacht ist) erhalten sie die Hilfsmittel (siehe unten). 100 Minuten nach Prüfungsbeginn wird von allen Prüflingen, die noch nicht abgegeben haben, Teil A eingesammelt. Eine Mindestbearbeitungszeit für Teil A ist nicht vorgegeben. Innerhalb der vorgegebenen 100 Minuten für Teil A können die Prüflinge bereits mit der Bearbeitung von Aufgaben des Teils B beginnen, allerdings ohne Hilfsmittel. Geben Prüflinge Teil A vorzeitig ab, verlängert sich ihre Zeit zur Bearbeitung des zweiten Aufgabenteils mit Hilfsmitteln. Eine Rückgabe und erneute Bearbeitung des hilfsmittelfreien Aufgabenteils ist nach dessen Abgabe nicht mehr möglich.

Dauer der Prüfung

Die Bearbeitungszeit beträgt insgesamt 300 Minuten. Sollten die Prüflinge in Teil B eine Auswahlmöglichkeit haben, beträgt sie insgesamt 330 Minuten.

Zugelassene Hilfsmittel

Als Hilfsmittel ist ein deutsches Wörterbuch grundsätzlich zugelassen. Für Teil B sind neben dem vorgegebenen Formeldokument (bis zur Prüfung 2023: eine beliebige Formelsammlung) Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig) zugelassen. Über den Einsatz grafikfähiger Taschenrechner entscheidet das Ministerium für Allgemeine und Berufliche Bildung, Wissenschaft, Forschung und Kultur. Der Einsatz solcher Taschenrechner musste dort von der Fachlehrkraft beantragt werden. Die Zulassung kann mit einer veränderten Aufgabenstellung verbunden sein. Ebenfalls mussten die Fachlehrerinnen und Fachlehrer beim Ministerium die Genehmigung für den Einsatz von Computer-Algebra-Systemen (CAS) beantragen. Als Folge der Genehmigung erhalten ihre/seine Schülerinnen und Schüler im Teil B ggf. veränderte oder andere Aufgaben zur Bearbeitung in der Abiturprüfung.

Schleswig-Holstein – Kernfach Mathematik
2023 – hilfsmittelfreier Teil

1 **Analysis (Pool 1)**
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x \cdot (x^2 - 1) = x^3 - x$.

1.1 Kreuzen Sie die richtigen Aussagen über f an.

- Die Funktion f besitzt genau

	eine Nullstelle
	zwei Nullstellen
	drei Nullstellen

- Der Graph der Funktion f ist

	achsensymmetrisch zur y-Achse
	punktsymmetrisch zum Ursprung
	weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung

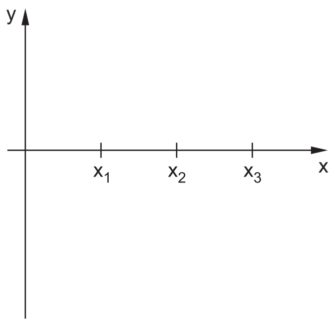
2 P

1.2 Bestimmen Sie alle Stellen, an denen der Graph von f die Steigung 11 aufweist. 3 P

2 **Analysis (Pool 1)**
Eine in $\mathbb{R}$ definierte ganzrationale, nicht lineare Funktion f mit erster Ableitungsfunktion f' und zweiter Ableitungsfunktion f'' hat folgende Eigenschaften:

- f hat bei x_1 eine Nullstelle.
- Es gilt $f'(x_2) = 0$ und $f''(x_2) \neq 0$.
- f' hat ein Minimum an der Stelle x_3.

Die Abbildung zeigt die Positionen von x_1, x_2 und x_3.

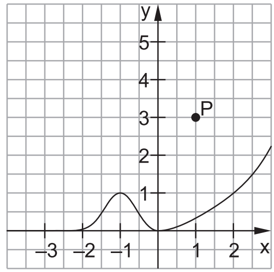


2.1 Begründen Sie, dass der Grad von f mindestens 3 ist. 2 P

2.2 Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen von f. 3 P

3 **Analysis (Pool 2)**

Die Abbildung zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f, dessen einzige Extrempunkte $(-1\,|\,1)$ und $(0\,|\,0)$ sind, sowie den Punkt P.



3.1 Geben Sie die Koordinaten des Tiefpunkts des Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g mit $g(x) = -f(x-3)$ an. 2 P

3.2 Der Graph einer Stammfunktion von f verläuft durch P. Skizzieren Sie diesen Graphen in der Abbildung. 3 P

4 **Stochastik (Pool 1)**

In einer Grundschule werden die Kinder der ersten und vierten Klasse befragt, ob sie schwimmen können. 48 % der befragten Kinder gehen in die vierte Klasse. $\frac{1}{4}$ der befragten Erstklässler und $\frac{1}{8}$ der befragten Viertklässler geben an, dass sie nicht schwimmen können.

4.1 Vervollständigen Sie die folgende Vierfeldertafel.

Ein befragtes Kind …	… geht in die erste Klasse	… geht in die vierte Klasse	Σ
… gibt an, dass es schwimmen kann			
… gibt an, dass es nicht schwimmen kann			
Σ			

3 P

4.2 Prüfen Sie, ob der Anteil der Viertklässler unter den Kindern, die angeben, dass sie schwimmen können, größer als 50 % ist. 2 P

5 **Stochastik (Pool 1)**

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, auf denen jeweils eine Zahl steht. Auf drei der Kugeln steht die Zahl 2, auf zwei der Kugeln die negative Zahl a. Zweimal nacheinander wird eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

5.1 Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$ beschrieben werden kann. 1 P

5.2 Die Zufallsgröße X gibt das Produkt der Zahlen an, die auf den beiden entnommenen Kugeln stehen. Der Erwartungswert von X ist 4. Bestimmen Sie den Wert von a. 4 P

Hinweise und Tipps

Teilaufgabe 1.1

- Die Nullstellen von f lassen sich besonders gut aus der faktorisierten Form des Funktionsterms ermitteln.
- Ein Produkt wird genau dann null, wenn einer der Faktoren null ist.
- Die Symmetrieeigenschaft des Graphen lässt sich an der ausmultiplizierten Form des Funktionsterms erkennen. Betrachten Sie die Exponenten.
- Für Achsensymmetrie des Graphen von f zur y-Achse muss $f(x) = f(-x)$ für alle x gelten. Dies ist bei einer ganzrationalen Funktion genau dann der Fall, wenn alle Exponenten gerade sind.
- Für Punktsymmetrie des Graphen von f zum Ursprung muss $f(x) = -f(-x)$ für alle x gelten. Dies ist bei einer ganzrationalen Funktion genau dann der Fall, wenn alle Exponenten ungerade sind.

Teilaufgabe 1.2

- Die Steigung des Graphen von f an einer Stelle x ist durch die erste Ableitung von f an dieser Stelle gegeben.
- Lösen Sie also die Gleichung $f'(x) = 11$.
- Dies ist eine quadratische Gleichung mit zwei Lösungen.

Teilaufgabe 2.1

- Begründen Sie, dass der Grad von f' mindestens 2 sein muss.
- Wenn f' an der Stelle x_3 ein Minimum hat, ist f' entweder eine konstante Funktion oder aber ihr Grad ist mindestens 2. Begründen Sie diese Aussage.
- Begründen Sie, dass f' nicht konstant sein kann.
- Schließen Sie aus dem Grad, den f' mindestens haben muss, auf den Grad, den f mindestens haben muss.

Teilaufgabe 2.2

- Interpretieren Sie die zweite Bedingung: Was für ein Punkt des Graphen kann an der Stelle x_2 vorliegen?
- Begründen Sie, dass die Stelle x_2 eine lokale Extremstelle von f ist.
- Interpretieren Sie die dritte Bedingung und beachten Sie, dass f' nicht konstant ist (siehe oben): Was für ein Punkt des Graphen kann an der Stelle x_3 vorliegen?
- Begründen Sie, dass x_3 eine Wendestelle des Graphen von f ist.
- Skizzieren Sie einen möglichen Graphen unter Verwendung dieser Erkenntnisse.

Teilaufgabe 3.1

- Der Graph der Funktion g geht durch Verschiebung und Spiegelung aus dem Graphen von f hervor.
- Der Graph der Funktion g geht durch Verschiebung um 3 Einheiten in positive x-Richtung und Spiegelung an der x-Achse aus dem Graphen von f hervor.
- Dabei wird der Hochpunkt des Graphen von f auf den Tiefpunkt des Graphen von g abgebildet.
- Mit dieser Überlegung können die Koordinaten des Tiefpunkts des Graphen von g aus den Koordinaten des Hochpunkts des Graphen von f bestimmt werden.

Teilaufgabe 3.2

- Der Funktionswert von f an einer Stelle x bestimmt die Steigung des Graphen der Stammfunktion F von f an dieser Stelle.
- Nutzen Sie diese Überlegung, um von Punkt P ausgehend nach links und rechts den Graphen der Stammfunktion F zu skizzieren.

Teilaufgabe 4.1

- Den Wert 48 % können Sie direkt in ein Feld der untersten Zeile der Vierfeldertafel eintragen.
- Daraus ergibt sich auch der Anteil der Befragten, die in die erste Klasse gehen.
- Sie können erschließen, dass 6 % der befragten Kinder in die vierte Klasse gehen und nicht schwimmen können. Begründen Sie diesen Wert und tragen Sie ihn in die Vierfeldertafel ein.
- Entsprechend können Sie den Anteil der Kinder ermitteln, die in die erste Klasse gehen und nicht schwimmen können. Tragen Sie auch diesen Wert in die Vierfeldertafel ein.
- Nun können Sie alle weiteren Felder über die Eigenschaften der Vierfeldertafel ermitteln und die Tafel komplett ausfüllen.

Teilaufgabe 4.2

- In der Vierfeldertafel finden Sie die folgenden beiden Anteile:
  a(S): Der Anteil der Kinder, die angeben, dass sie schwimmen können, an allen befragten Kindern.
  $a(S \cap K4)$: Der Anteil der Kinder, die in die vierte Klasse gehen und angeben, dass sie schwimmen können, an allen befragten Kindern.
- Aus diesen Werten können Sie den zu bestimmenden Anteil $a_S(K4)$ ermitteln.
- Der zu bestimmende Anteil berechnet sich zu:

$$a_S(K4) = \frac{a(S \cap K4)}{a(S)}$$

Lösung

1.1

	eine Nullstelle
	zwei Nullstellen
X	drei Nullstellen

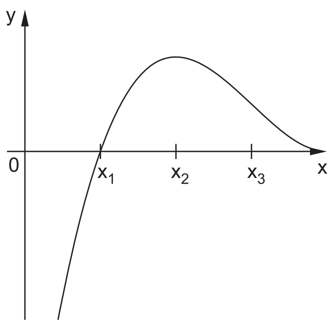
	achsensymmetrisch zur y-Achse
X	punktsymmetrisch zum Ursprung
	weder achsensymmetrisch zur y-Achse noch punktsymmetrisch zum Ursprung

1.2 Mit $f'(x) = 3 \cdot x^2 - 1$ gilt:
$f'(x) = 11 \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot x^2 - 1 = 11 \quad \Leftrightarrow \quad x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2 \ \vee \ x = 2$

2.1 Da f' an der Stelle x_3 ein Minimum hat, ist f' entweder eine konstante Funktion oder aber ihr Grad ist mindestens 2.

Da $f''(x_2) \neq 0$ ist, kann f' nicht konstant sein.
(*Alternativ:* Da f nicht linear ist, kann f' nicht konstant sein.)

Daher ist der Grad von f' mindestens 2 und damit der Grad von f mindestens 3.

2.2 

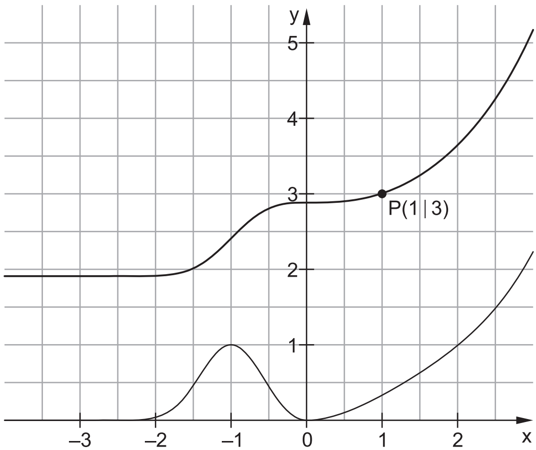
Es sind andere Verläufe möglich. Der gezeichnete Graph muss aber durch den Punkt $(x_1 \mid 0)$ verlaufen, an der Stelle x_2 einen Extrempunkt haben und an der Stelle x_3 eine lokal minimale Steigung aufweisen.

3.1 $(2 \mid -1)$

Erläuterung: Der Graph der Funktion g geht durch Verschiebung um 3 Einheiten in positive x-Richtung und Spiegelung an der x-Achse aus dem Graphen von f hervor. Dabei wird der Hochpunkt des Graphen von f auf den Tiefpunkt des Graphen von g abgebildet.

$(-1 \mid 1) \xrightarrow{\text{Verschiebung}} (2 \mid 1) \xrightarrow{\text{Spiegelung}} (2 \mid -1)$

3.2



Erläuterungen:
An der Stelle –1 muss die Steigung des Graphen von F den Wert 1 haben und lokal maximal sein.
An der Stelle 0 muss eine waagerechte Tangente vorliegen.
Für $x < -3$ ist F nahezu konstant.
Es gibt keine Stelle, an der der Graph von F fällt.

4.1

Ein befragtes Kind …	… geht in die erste Klasse	… geht in die vierte Klasse	Σ
… gibt an, dass es schwimmen kann (S)	0,39	0,42	0,81
… gibt an, dass es nicht schwimmen kann	0,13	0,06	0,19
Σ	0,52	0,48	1

4.2 Von den befragten Kindern gehen 39 % in die erste Klasse und geben an, schwimmen zu können. 42 % der befragten Kinder gehen in die vierte Klasse und geben an, schwimmen zu können. Somit ist der Anteil der Viertklässler unter den Kindern, die angeben, dass sie schwimmen können, größer als 50 %.

Alternativ: Der zu bestimmende Anteil berechnet sich zu:

$$a_S(K4) = \frac{a(S \cap K4)}{a(S)} = \frac{0{,}42}{0{,}81} > 0{,}5$$

© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK