2025 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Hamburg

Mathematik

+ Basiswissen mit Übungen
+ Formelsammlung
+ Original-Prüfungen

STARK

Inhalt

Abschlussprüfungen

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Bei **MySTARK** findest du:
- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** und **GeoGebra-Dateien** zu ausgewählten Themen
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht

Deinen Zugangscode findest du auf der **Innenseite des Umschlags** vorne im Buch.

Autorinnen und Autoren:
Peter Stählin, Christoph Borr, Jörg Collenburg, Doris Cremer, Olaf Klärner, Kerstin Lenz, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich in Mathematik auf die Prüfung zum **mittleren Schulabschluss** vorbereiten.

In Hamburg wird der mittlere Schulabschluss nach erfolgreicher Teilnahme an einer mündlichen und schriftlichen Abschlussprüfung vergeben. Die Aufgaben der schriftlichen Prüfung werden zentral für alle Schulen in Hamburg von der Behörde für Schule und Berufsbildung erstellt. Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Denn es geht nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung bauen auf einem breiten Grundlagenwissen auf. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- Daher beginnen wir in diesem Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten **Themen der 5. bis 9. Klasse** so kurz wie möglich **wiederholt**, die Kapitel 2 bis 11 behandeln intensiv **sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse**. Insgesamt findest du über **180 Aufgaben**, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst. Grundlage der schriftlichen Prüfung ist der Bildungsplan Mathematik.
  Zu einigen Themen, mit denen erfahrungsgemäß viele Lernende Schwierigkeiten haben, gibt es **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch befindet sich ein QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung aller Videos ist über den nebenstehenden QR-Code abrufbar (oder über http://stark-verlag.de). Außerdem kannst du dir die Videos von der Plattform **MySTARK** herunterladen.
- Wenn die einzelnen Themen „sitzen", du die Aufgaben also lösen kannst, geht es weiter mit den **Original-Abschlussprüfungen 2019 bis 2024**. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet.
  In der Prüfung hast du 155 Minuten Zeit. Wenn du beim Üben anfangs die Aufgaben innerhalb dieser Zeit nicht schaffst, solltest du die Abschlussprüfungen in Abständen wiederholen, bis du sicher bist und die Aufgaben richtig und in der vorgesehenen Zeit löst. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.

Zu allen Aufgaben des Trainingsteils und zu den Original-Aufgaben der Abschlussprüfungen gibt es **ausführliche Lösungen** in einem **separaten Buch** (Bestell-Nr. J02100L), die jeden Rechenschritt genau erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und zum besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.
Zuerst solltest du selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

3 Quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen

3.1 Quadratische Funktionen

Merke

Quadratische Funktionen

Funktionen mit der Funktionsgleichung **f:** $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$ (wobei $a \neq 0$ und $a, b, c \in \mathbb{R}$) heißen wegen des quadratischen Terms ax^2 **quadratische Funktionen**.

Die einfachste Form einer quadratischen Funktion erhält man für $a = 1$, $b = 0$ und $c = 0$.

Die quadratische Funktion f: $y = x^2$

Merke

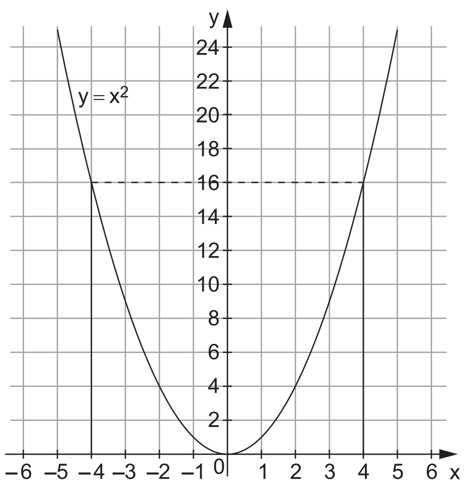
Die quadratische Funktion f: $\mathbf{y = x^2}$

Der Graph der quadratischen Funktion f: $y = x^2$ ist die **Normalparabel**.
Die Normalparabel besitzt den **Scheitelpunkt S(0 | 0)** im Koordinatenursprung und als **Symmetrieachse** die **y-Achse**.

Wertetabelle

x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Die Normalparabel fällt bis zum Scheitelpunkt S(0 | 0) und steigt danach.

Der Scheitelpunkt ist der tiefste Punkt des Graphen.

Quadratische Funktionen der Form f: $y = ax^2$

Merke

Quadratische Funktionen der Form f: $\mathbf{y = ax^2}$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = ax^2$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ durch **Multiplikation mit dem Faktor a**.
- Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0 | 0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < –1$) oder **Stauchung** ($–1 < a < 1$) der Normalparabel entstehen. Für negative a ($a < 0$) ist der gestreckte bzw. gestauchte Graph der Normalparabel zusätzlich an der **x-Achse gespiegelt**.
- Für $a > 0$ ist die Parabel **nach oben geöffnet** und der Scheitelpunkt der **tiefste** Punkt des Graphen. Für $a < 0$ ist die Parabel **nach unten geöffnet** und der Scheitelpunkt der **höchste** Punkt des Graphen.

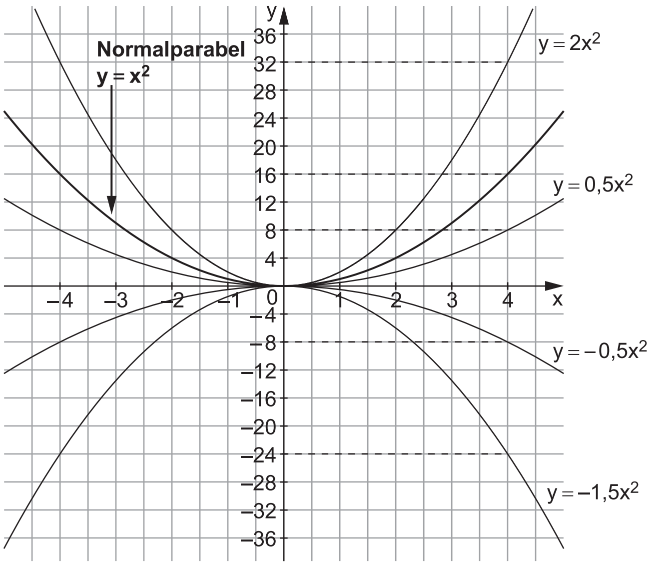
Beispiele

a) f: $y = x^2$ mit $a = \mathbf{1}$
b) f_1: $y = \mathbf{0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{0{,}5}$
c) f_2: $y = \mathbf{2}x^2$ mit $a = \mathbf{2}$
d) f_3: $y = \mathbf{-0{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-0{,}5}$
e) f_4: $y = \mathbf{-1{,}5}x^2$ mit $a = \mathbf{-1{,}5}$

Wertetabelle

	x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	**a** · f
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	**1** · f
f_1	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	**0,5** · f
f_2	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	**2** · f
f_3	y	–8	–4,5	–2	–0,5	0	–0,5	–2	–4,5	–8	**–0,5** · f
f_4	y	–24	–13,5	–6	–1,5	0	–1,5	–6	–13,5	–24	**–1,5** · f

Graphen



Vergleiche die Funktionswerte von f_1, f_2, f_3 und f_4 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

Aufgaben

73 Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion $y = ax^2$ durch den Punkt
a) $P(2|-2)$ b) $Q(-5|12{,}5)$ c) $A(-2{,}5|-18{,}75)$ d) $B(2|-4)$
verläuft.

74 Die Graphen der Funktionen $y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitelpunkt $S(0|0)$. Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab.
Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$			
$a = 1$			
$0 < a < 1$			
$-1 < a < 0$			
$a = -1$			
$a < -1$			

75 Für den Bremsweg s eines Autos auf trockener Straße in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v gilt die Faustregel $s = a \cdot v^2$ (s in m und v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$).
Für $v = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ergibt sich $s = 81$ m.

a) Bestimme den Faktor a in der Faustregel.

b) Berechne die Bremswege für die Geschwindigkeiten $50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, $100\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $130\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

c) Zeichne den Bremsweg s in Abhängigkeit von v für den Bereich $0\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \le v \le 150\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.
(x-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$; y-Achse: 1 cm $\triangleq$ 20 m)

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

Merke

Quadratische Funktionen der Form f: $y = x^2 + t$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion $y = x^2 + t$ ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von $y = x^2$ jeweils **durch Addition von t**.
- Die Graphen der Funktionen $y = x^2 + t$ sind Parabeln mit dem **Scheitelpunkt S(0 | t)**, die durch **Verschiebung** der Normalparabel **längs der y-Achse um t (LE)** entstehen.
- Für $t > 0$ hat der Graph von $y = x^2 + t$ keinen Schnittpunkt mit der x-Achse; es gibt also **keine Nullstellen**.
- Für $t = 0$ berührt der Graph von $y = x^2$ die x-Achse und es gibt genau **eine Nullstelle** für $x = 0$.
- Für $t < 0$ schneidet der Graph von $y = x^2 + t$ die x-Achse genau zweimal, d. h., es gibt genau **zwei Nullstellen**.

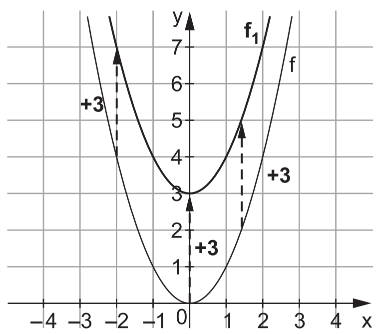
Beispiele

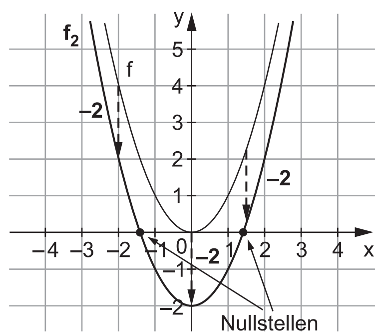
a) f: $y = x^2$ mit $t = \mathbf{0}$
b) f_1: $y = x^2 \mathbf{+ 3}$ mit $t = \mathbf{3}$
c) f_2: $y = x^2 \mathbf{- 2}$ mit $t = \mathbf{-2}$

Wertetabelle

	x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	t
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	**+3** **−2**
f_1	y	19	12	7	4	3	4	7	12	19	
f_2	y	14	7	2	−1	−2	−1	2	7	14	

Graphen





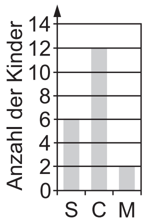
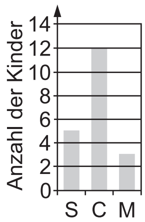
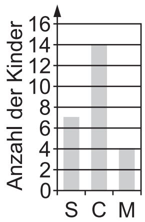
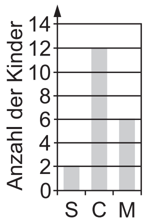
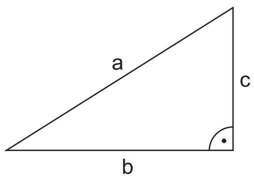
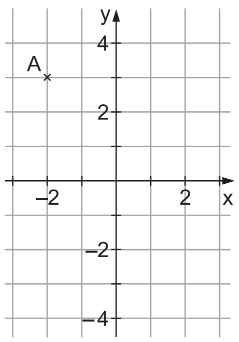
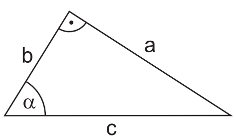
Vergleiche die Funktionswerte von f_1 und f_2 mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

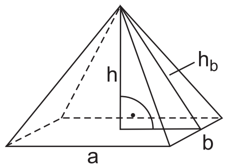
Aufgabe I – ohne Taschenrechner und Formelblatt

20 Punkte

1. Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer genau eine richtig.
Schreibe den zugehörigen Buchstaben **A**, **B**, **C** oder **D** in die Spalte „Lösung".
Eine Begründung wird nicht verlangt.

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
a)	$348{,}32 : 100 =$	3,4832	34,832	348,32	3 483,2	
b)	0,17 t =	1,7 kg	17 kg	170 kg	1 700 kg	
c)	In der Küche werden 21 °C gemessen. Im Gefrierfach sind es –18 °C. Das ist ein Unterschied von	–3 °C	3 °C	38 °C	39 °C	
d)	$\frac{1}{8} =$	0,125	0,25	0,375	3,8	
e)	Lena ist mit 20 von 25 Stimmen zur Klassensprecherin gewählt worden. Das entspricht einer relativen Häufigkeit von	20 %	25 %	75 %	80 %	
f)	In jedem beliebigen Viereck	sind die gegenüberliegenden Seiten gleich lang	beträgt die Winkelsumme 360°	gibt es mindestens einen rechten Winkel	sind alle Winkel gleich groß	
g)	$\frac{2 \cdot (5+4)^2}{4} =$	162	40,5	14,5	10,5	
h)	Eine Hose kostet 90 €. Hava bekommt 5 % Rabatt. Der reduzierte Preis beträgt dann	4,50 €	85 €	85,50 €	87,50 €	
i)	$0{,}3^3 =$	0,027	0,09	0,27	0,9	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
j)	20 Kinder nennen ihr Lieblingsgetränk: Am häufigsten wird Cola (C) genannt und von den übrigen hat nur ein Viertel der befragten Kinder Milch (M) genannt. Zu diesem Sachverhalt passt das Diagramm					
k)	 In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Hypotenuse a und die Kathete b gegeben. Für die Kathete c gilt: c =	$a^2 - b^2$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$\sqrt{a^2 - b^2}$	$\sqrt{b^2 - a^2}$	
l)	 Der Punkt A wird an der x-Achse gespiegelt. Der gespiegelte Punkt A' hat die Koordinaten	(–2 | –3)	(–2 | 3)	(–3 | –2)	(–3 | 2)	
m)	$\frac{1}{8} : \frac{3}{4} =$	$\frac{3}{32}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{6}{1}$	$\frac{1}{6}$	
n)	In folgendem Dreieck gilt: 	$\sin\alpha = \frac{b}{c}$	$\sin\alpha = \frac{a}{c}$	$\cos\alpha = \frac{a}{b}$	$\cos\alpha = \frac{b}{a}$	
o)	$\frac{10^5}{10^7} =$	100	10	0,1	0,01	

	Aufgabe	A	B	C	D	Lösung
p)	Auf dem Graphen zu der Funktion $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ liegt der Punkt P mit den Koordinaten	$(-3 \mid 1{,}5)$	$(-3 \mid 4{,}5)$	$(-3 \mid -1{,}5)$	$(3 \mid 4{,}5)$	
q)	 In dieser Pyramide gilt: $h_b =$	$\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h^2}$	$\sqrt{\frac{a}{2} + h^2}$	$\sqrt{\frac{a^2}{2} + h^2}$	$\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2}$	
r)	Der Scheitelpunkt der Parabel $f(x) = 2x^2 - 4x$ liegt bei	$(-1 \mid -2)$	$(1 \mid -2)$	$(1 \mid -4)$	$(-1 \mid -4)$	
s)	Jedes Parallelogramm ist auch	ein Trapez	eine Raute	ein Quadrat	ein Recht-eck	
t)	Das Volumen V eines Kegels berechnet man mit der Formel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$. Dann gilt für den Radius r: $r =$	$\sqrt{\frac{3 \cdot h}{\pi \cdot V}}$	$\sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$	$\sqrt{\frac{3 \cdot \pi \cdot V}{h}}$	$\sqrt{\frac{\pi \cdot h}{3 \cdot V}}$	

4 Punkte

2. Ein Verein hat 180 Mitglieder.
   Das Kreisdiagramm in Abbildung 1 stellt die Geschlechterverteilung dar.

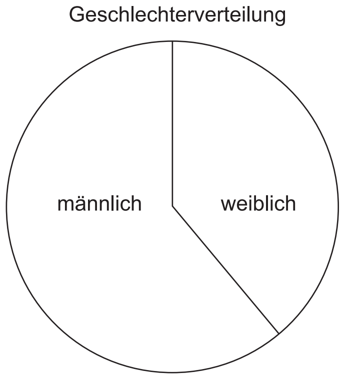


Abbildung 1

Aufgabe II – Leitidee Raum und Form, Leitidee Messen

Segelfliegen

Segelflugzeuge fliegen ohne Motor und gleiten mithilfe von Aufwinden durch die Luft.

2 Punkte a) Die Start- und Landebahn eines Segelflugplatzes hat eine Länge von 1,2 km.
Die Größe dieser rechteckigen Fläche beträgt 60 000 m^2.

Berechne die Breite der Start- und Landebahn.

4 Punkte b) Die Garage von Flugzeugen nennt man Hangar (siehe Abbildung 1).
Das Dach eines kleinen Hangars soll neu verkleidet werden.
Die Kosten werden auf 45 € pro Quadratmeter geschätzt.

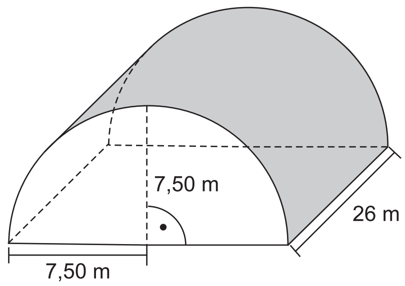


Abbildung 1 (nicht maßstabsgerecht)

Berechne mithilfe der Angaben aus Abbildung 1 die zu erwartenden Kosten.

5 Punkte c) Beim Fliegen verliert ein Segelflugzeug an Höhe.
Dies ist modellhaft in Abbildung 2 dargestellt.

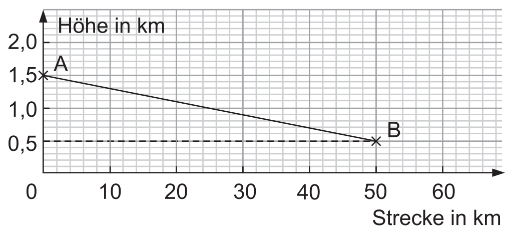


Abbildung 2 (nicht maßstabsgerecht)

- **Gib** die Koordinaten der Punkte A und B **an**.
- **Bestimme** mithilfe der Angaben aus Abbildung 2 die in der Luft zurückgelegte Strecke $\overline{AB}$.

4 Punkte d) Ein Segelflugzeug F wird beim Start von einem Auto A mithilfe eines Seils in die Luft gezogen (siehe Abbildung 3).
Bei einem Winkel von etwa 70° wird das Seil ausgeklinkt.
Die Seillänge s beträgt zu diesem Zeitpunkt etwa 400 m.

Hinweis: Ein Durchhängen des Seils wird nicht berücksichtigt.

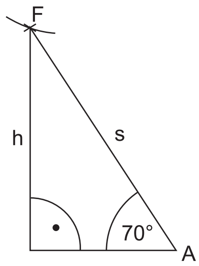


Abbildung 3 (nicht maßstabsgerecht)

Bestimme die Höhe h, die das Segelflugzeug F beim Ausklinken des Seils s ungefähr erreicht hat.

4 Punkte e) Nach dem Start vom Segelflugplatz S wird erst der Wendepunkt W_1 und dann der Wendepunkt W_2 angeflogen (siehe Abbildung 4).
Danach erfolgt die Landung wieder auf dem Segelflugplatz S.
Die Flugstrecke wird modellhaft als Dreieck angenommen.

Hinweis: Der Höhenunterschied zwischen den Punkten wird nicht berücksichtigt.

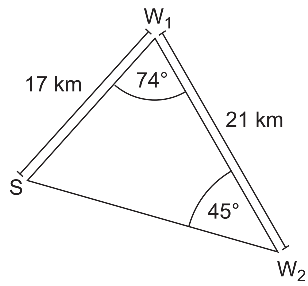


Abbildung 4 (nicht maßstabsgerecht)

Bestimme mithilfe der Angaben aus Abbildung 4 die ungefähre Länge der gesamten Flugstrecke.

3 Punkte f) Auf einer Landkarte hat die Strecke $\overline{W_1W_2}$ eine Länge von 7 cm.

Ermittle den Maßstab, der auf der Landkarte angegeben ist.

© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK