2025 **Mittlerer Schulabschluss**

Original-Prüfungsaufgaben und Training

MEHR ERFAHREN

Realschule · Gesamtschule EK · Sekun

Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*
+ *PDF zum Download*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den Zugangscode findest du auf der Umschlaginnenseite.

Autoren:
Training: Christoph Borr, Karl-Heinz Kuhlmann, Wolfgang Matschke,
Marc Möllers, Dietmar Steiner
Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist der Lösungsband zu dem Band *Mittlerer Schulabschluss 2025, Nordrhein-Westfalen, Mathematik 10. Klasse, Realschule, Gesamtschule EK, Sekundarschule* (Best.-Nr. J05100). Er enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es besonders wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

15 Setze die Koordinaten der Punkte für x und y in die Gleichung $y = a \cdot x^2$ ein und berechne aus der so entstandenen Gleichung den Koeffizienten a.

a) P(2|−2)

$-2 = a \cdot 2^2$

$a = -\frac{1}{2}$

$y = -\frac{1}{2} \cdot x^2$

b) Q(−5|12,5)

$12{,}5 = a \cdot (-5)^2$

$a = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2} \cdot x^2$

c) A(−2,5|−18,75)

$-18{,}75 = a \cdot (2{,}5)^2$

$a = -3$

$y = -3 \cdot x^2$

d) B(2|−4)

$-4 = a \cdot 2^2$

$a = -1$

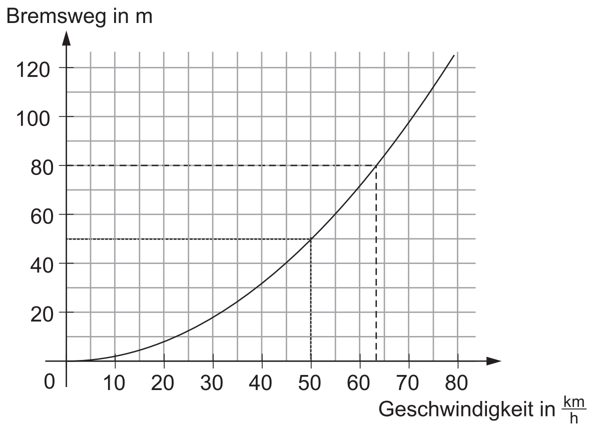
$y = -x^2$

16

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
$a > 1$	nach oben	schmaler als Normalparabel	$y = 2x^2$
$a = 1$	nach oben	Normalparabel	$y = x^2$
$0 < a < 1$	nach oben	breiter als Normalparabel	$y = \frac{1}{3} \cdot x^2$
$-1 < a < 0$	nach unten	breiter als Normalparabel	$y = -\frac{1}{2} \cdot x^2$
$a = -1$	nach unten	Normalparabel	$y = -x^2$
$a < -1$	nach unten	schlanker als Normalparabel	$y = -2 \cdot x^2$

---

17 a) Bei 50 $\frac{km}{h}$ ist der Bremsweg 50 m lang. (Ablesen aus der Grafik.)



b) Die maximale Geschwindigkeit beträgt etwa 63 $\frac{km}{h}$.

c) Man kann aus der Grafik möglichst präzise ein Wertepaar entnehmen, z. B. (40|30) oder (50|50), den Wert für x und y in die Funktionsgleichung einsetzen und dann nach a umformen.

$y = a \cdot x^2$

$30 = a \cdot 40^2$ *alternativ:* $50 = a \cdot 50^2$

$\frac{30}{1\,600} = a$ $\frac{50}{2\,500} = a$

$a = 0{,}01875$ $a = 0{,}02$

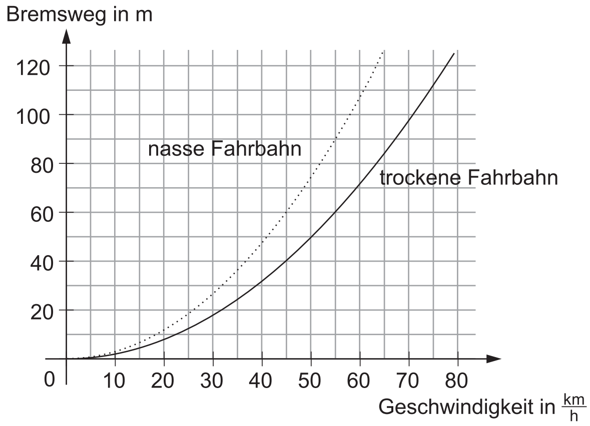
d) Es gilt: $y = 0{,}02 \cdot x^2$

Für $x = 30\ \frac{km}{h}$: $y = 0{,}02 \cdot 30^2 = 18$ m

Für $x = 80\ \frac{km}{h}$: $y = 0{,}02 \cdot 80^2 = 128$ m

Für $x = 130\ \frac{km}{h}$: $y = 0{,}02 \cdot 130^2 = 338$ m

e) Der Wert für a muss bei nasser Straße größer sein, da der Graph "steiler" verlaufen muss, das heißt, bei gleicher Geschwindigkeit muss der Bremsweg länger sein.
Möglicher Wert: $a = 0{,}03$

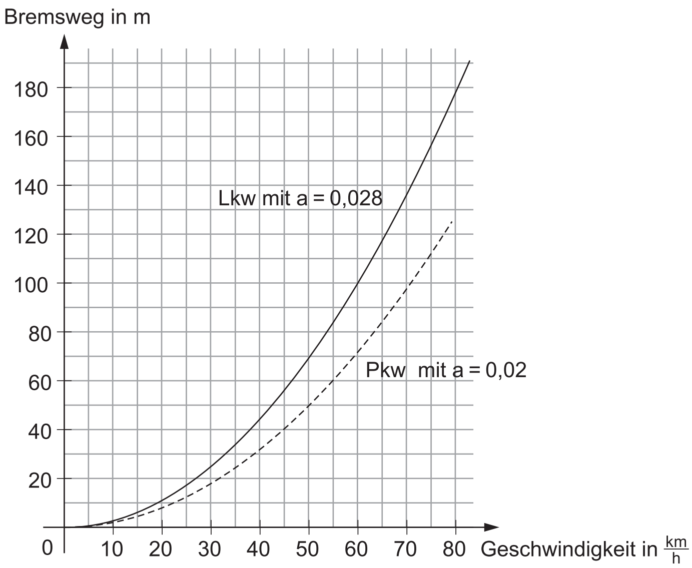


f) Für den Lkw gilt bei $x = 60$ ist $y = 100$, also:

$$y = a \cdot x^2$$
$$100 = a \cdot 60^2$$
$$\frac{100}{3\,600} = a$$
$$a = 0{,}02\overline{7} \approx 0{,}028$$

Der Bremsfaktor a beträgt etwa 0,028.

g) Darstellung im Graphen:



18

	x	–5	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4	5
a)	$y = \frac{3}{4}x^2 - 3$	15,75	9	3,75	0	–2,25	–3	–2,25	0	3,75	9	15,75
b)	$y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$	–7,5	–3	0,5	3	4,5	5	4,5	3	0,5	–3	–7,5
c)	$y = 2x^2 - 3$	47	29	15	5	–1	–3	–1	5	15	29	47

Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1 – Variante A

Aufgabe 1

a) Mögliche Nebenrechnungen:

$0,025;\quad -2^{-2} = -\frac{1}{2^2} = -\frac{1}{4} = -0,25;\quad \frac{1}{25} = 0,04;\quad -0,04$

Lösung:

$-2^{-2} < -0,04 < 0,025 < \frac{1}{25}$

Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um und beachte beim Vergleichen die Vorzeichen.

b) $83\,000\,000\,000 = 8,3 \cdot 10^{10}$

$0,0005 > 5 \cdot 10^{-5}$, denn $5 \cdot 10^{-5} = 0,00005$

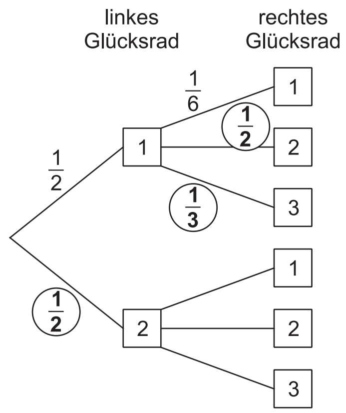
Wandle die wissenschaftliche Schreibweise um.

Aufgabe 2

a) Die größtmögliche Zahl lautet 23.

Das linke Glücksrad steht für die Zehner und das rechte Glücksrad für die Einer.

b)



Beachte, dass die Summe der Wahrscheinlichkeiten an einer Verzweigung immer 1 ergibt.

Beim rechten Glücksrad sind 3 von 6 Feldern mit „2“ beschriftet und 2 von 6 Feldern mit „3“:

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ und $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

c) $P(22) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 0,25 = 25\ \%$

Die Wahrscheinlichkeit, dass beide Glücksräder die „2“ anzeigen, errechnet man mithilfe des Baumdiagramms aus Teilaufgabe b nach der Produktregel.

Aufgabe 3

a) Gegeben: Kantenlängen des Pools mit $a = 6\text{ m};\ b = 3\text{ m};\ c = 1,5\text{ m}$

Gesucht: Volumen des Quaders

Berechnung:

$V = a \cdot b \cdot c$

$V = 6\text{ m} \cdot 3\text{ m} \cdot 1,5\text{ m} = 27\text{ m}^3$

Um die Kosten für eine Füllung abschätzen zu können, muss zunächst das Volumen des Pools (hier ein Quader) bestimmt werden.

Gesamtkosten = Volumen $\cdot$ Kosten pro m^3

Gesamtkosten $= 27\text{ m}^3 \cdot \frac{4,50\text{ €}}{\text{m}^3} = 121,50\text{ €}$

Eine Überschlagsrechnung reicht hier aus, um das passende Ergebnis anzukreuzen.

☐ ca. 27 €   ☐ ca. 80 €   ☒ ca. 120 €   ☐ ca. 240 €

Zentrale Prüfung 2023

Prüfungsteil 1

Hinweise und Tipps

Aufgabe 1

a) Gegeben: $-0{,}45;\ 0{,}38;\ -\frac{2}{5}$

Gesucht: richtige Reihenfolge der Zahlen, von klein nach groß

Mögliche Nebenrechnung:

$-\frac{2}{5} = -0{,}4$

Wandle den echten Bruch in einen Dezimalbruch um.

Reihenfolge:

$-0{,}45 \ < \ -\frac{2}{5} = -0{,}4 \ < \ 0{,}38$

Beachte die Vorzeichen.

b) Gesucht: zwei ganze aufeinanderfolgende Zahlen, zwischen denen $\sqrt{20}$ liegt

Beachte die genaue Formulierung: Zwei ganze Zahlen sind gesucht und sie müssen aufeinander folgen.

Mögliche Nebenrechnung:

$\sqrt{20} > \sqrt{16} = 4$

$\sqrt{20} < \sqrt{25} = 5,$

Damit liegt $\sqrt{20}$ zwischen den ganzen Zahlen 4 und 5.

Aufgabe 2

Gegeben: Maße des Kartons bzw. Quaders (aus Zeichnung):
$a = 50\text{ cm};\ b = 30\text{ cm};\ c = 40\text{ cm}$

Gesucht: Volumen des Kartons in ℓ

Beachte, dass das Volumen in der Einheit Liter (ℓ) angegeben werden muss.

Hinweis:
$1\ \ell = 1\,000\ m\ell = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ dm}^3$
($1\ m\ell = 1\text{ cm}^3$ und $1\ \ell = 1\text{ dm}^3$)

Rechnung:

$V_{Karton} = a \cdot b \cdot c$

$V_{Karton} = 50\text{ cm} \cdot 30\text{ cm} \cdot 40\text{ cm} = 60\,000\text{ cm}^3$

Mit $1\ \ell = 1\,000\text{ cm}^3$ gilt:
Der Karton hat ein Volumen von $60\ \ell$.

Oder:

$V_{Karton} = a \cdot b \cdot c$

Alle Längen werden sofort in dm umgewandelt.

$V_{Karton} = 5\text{ dm} \cdot 3\text{ dm} \cdot 4\text{ dm} = 60\text{ dm}^3$

Mit $1\ \ell = 1\text{ dm}^3$ gilt:
Der Karton hat ein Volumen von $60\ \ell$.

Hinweise und Tipps

Aufgabe 3

1. Lösungsmöglichkeit (Subtraktionsverfahren):

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 6x-3y=15 \\ \text{II} & 6x-8y=10 \end{array}$$

Subtraktionsverfahren (I – II):

$$\begin{array}{rl} 5y=5 & \mid :5 \\ y=1 & \end{array}$$

Einsetzen von $y=1$ in Gleichung I, um x zu bestimmen:

$$\begin{array}{rl} 6x-3\cdot 1=15 & \mid +3 \\ 6x=18 & \mid :6 \\ x=3 & \end{array}$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems:
$\mathbb{L}=\{(3\mid 1)\}$

2. Lösungsmöglichkeit (Einsetzungsverfahren):

$$\begin{array}{lrl} \text{I} & 6x-3y=15 & \mid +3y \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \\ \hline \text{I'} & 6x=15+3y & \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \end{array}$$

Einsetzen von I' in II:

$$\begin{array}{rl} 15+3y-8y=10 & \mid \text{zusammenfassen} \\ 15-5y=10 & \mid -15 \\ -5y=-5 & \mid :(-1) \\ y=1 & \end{array}$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

3. Lösungsmöglichkeit (Gleichsetzungsverfahren):

$$\begin{array}{lrl} \text{I} & 6x-3y=15 & \mid +3y \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \mid +8y \\ \hline \text{I'} & 6x=15+3y & \\ \text{II'} & 6x=10+8y & \end{array}$$

I' = II':

$$\begin{array}{rl} 15+3y=10+8y & \mid -3y \quad \mid -10 \\ 5=5y & \mid :5 \\ y=1 & \end{array}$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

Es gibt verschiedene Lösungsstrategien zum Lösen von Gleichungssystemen.
Im vorliegenden Fall bietet sich besonders das Subtraktionsverfahren an, da es sich direkt (d. h. ohne vorherige Umformung) anwenden lässt.

Alternativ kann $y=1$ auch in Gleichung II eingesetzt werden, um x zu berechnen.

Probe: Die Werte $x=3$ und $y=1$ werden in die Gleichungen eingesetzt:

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 6\cdot\mathbf{3}-3\cdot\mathbf{1}=15 & \text{(wahr)} \\ \text{II} & 6\cdot\mathbf{3}-8\cdot\mathbf{1}=10 & \text{(wahr)} \end{array}$$

Löse Gleichung I nach 6x auf und setze sie dann in Gleichung II ein.

Löse beide Gleichungen nach 6x auf und setze sie dann gleich.

Hinweise und Tipps

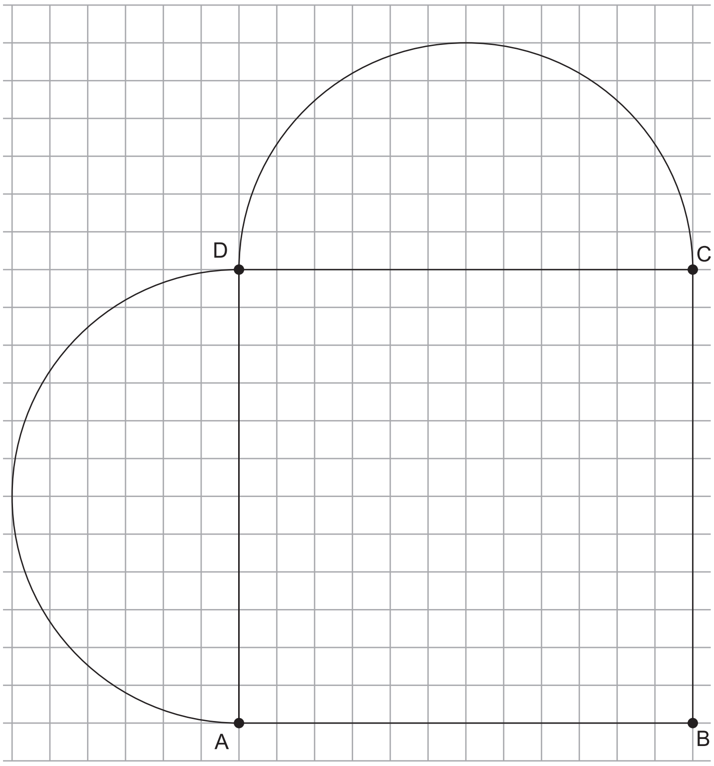
Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Herzlich willkommen

a) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6$ cm
Radius der Halbkreise: $r = 3$ cm

Entnimm die notwendigen Informationen der Abbildung 2 bzw. dem vorangestellten Aufgabentext.

Sinnvollerweise zeichnest du zuerst das Quadrat und orientierst dich dabei an den Rechenkästchen auf dem Papier.



b) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6$ cm
Radius der Halbkreise: $r = 3$ cm

Gesucht: Bestätigung, dass der Flächeninhalt der herzförmigen Figur 64,3 cm² ist

Rechnung:

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und zwei Halbkreisen.

$A_{Herz} = A_{Quadrat} + 2 \cdot A_{Halbkreis}$

$A_{Herz} = a^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot r^2$

$A_{Herz} = (6\text{ cm})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot (3\text{ cm})^2$

$A_{Herz} = 64{,}274\ldots\text{ cm}^2 \approx 64{,}3\text{ cm}^2$

Alternative Rechnung:

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und einem Kreis (zusammengesetzt aus zwei Halbkreisen).

$A_{Herz} = a^2 + \pi \cdot r^2$

$A_{Herz} = (6\text{ cm})^2 + \pi \cdot (3\text{ cm})^2$

$A_{Herz} \approx 64{,}274\ldots\text{ cm}^2 \approx 64{,}3\text{ cm}^2$

Die Rechnung bestätigt, dass die Flächenangabe von 64,3 cm² richtig ist.

c) Gegeben: $1\ dm^2$ Metallblech wiegt 117 g.
Gesucht: Gewicht eines Herzens
Lösung mithilfe des Dreisatzes:

	Flächeninhalt	Gewicht	
: 100	$100\ cm^2$	117 g	: 100
· 64,3	$1\ cm^2$	1,17 g	· 64,3
	$64{,}3\ cm^2$	75,231 g	

Ein Metallherz wiegt ca. 75 g.

Hinweise und Tipps

Beachte die Umwandlungszahl bei Flächenmaßen:
$1\ dm^2 = 100\ cm^2$

d) Gegeben: Abbildung 3 – Skizze zur Berechnung der Breite b
Gesucht: Prüfung der Streckenlänge: $\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$
Das Dreieck mit den Eckpunkten M_1, M_2 und C ist rechtwinklig. M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der Halbkreise, damit sind die Strecken $\overline{M_1C}$ und $\overline{M_2C}$ jeweils 3 cm lang.
Es gilt der Satz des Pythagoras:

$$\overline{M_1M_2}^2 = \overline{M_1C}^2 + \overline{M_2C}^2$$

$$\overline{M_1M_2}^2 = (3\ cm)^2 + (3\ cm)^2 \quad |\sqrt{\ }$$

$$\overline{M_1M_2} = \sqrt{9\ cm^2 + 9\ cm^2}$$

$$\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$$

Die Rechnung zeigt, dass die Strecke $\overline{M_1M_2}$ eine Länge von ca. 4,24 cm hat.

Betrachte die Figuren in den Abbildung 2 und 3 genau und entnimm daraus die Informationen, die zur Überprüfung der Streckelänge notwendig sind.
Suche nach einem rechtwinkligen Dreieck. Es kann der Satz des Pythagoras angewendet werden.

e) Gegeben: $\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$; $r_{Halbkreis} = 3\ cm$
Gesucht: Breite b des Herzens
Es gilt:
$b = \overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2B}$
Mit $\overline{AM_1} = \overline{M_2B} = r_{Halbkreis}$ folgt:
$b \approx 3\ cm + 4{,}24\ cm + 3\ cm = 10{,}24\ cm$
Das Herz hat eine Breite von ca. 10,24 cm.

Betrachte die Streckenlängen $\overline{AM_1}$ und $\overline{M_2B}$. Es handelt sich jeweils um Radien eines der Halbkreise.

f) Gegeben: Karton mit 15 roten Herzen; Baumdiagramm
Gesucht: Begründung, warum in einem Karton 20 Herzen sind
Begründung:
Dem Baumdiagramm kann man entnehmen, dass $\frac{3}{4}$ der Herzen rot sind. Wenn 15 Herzen rot sind, müssen in dem Karton noch 5 weiße Herzen sein: $\frac{3}{4}$ entspricht 15 Herzen, $\frac{1}{4}$ entspricht demnach 5 Herzen. Somit sind in dem Karton insgesamt 20 Herzen.

Zwei Informationen sind relevant: Die Anzahl der roten Herzen (siehe Aufgabentext) und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde zunächst ein rotes Herz zieht (siehe Baumdiagramm).
Der Zusammenhang lässt sich auch folgendermaßen ausdrücken:

	Anteil	Anzahl	
: 3	$\frac{3}{4}$	15	: 3
	$\frac{1}{4}$	5	