

# 2025

# Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

**MEHR  
ERFAHREN**

Realschule · Gesamtschule EK · Sekundarschule  
Nordrhein-Westfalen

## Mathematik 10. Klasse

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Herausnehmbare Formelsammlung*
- + *Hinweise zum hilfsmittelfreien Teil*

**STARK**

# Inhalt

Vorwort

---

## Hinweise und Tipps I

<b>1</b>	<b>Hinweise zur Zentralen Prüfung</b> .....	<b>I</b>
<b>2</b>	<b>Wie man für die Prüfung lernen kann</b> .....	<b>V</b>
<b>3</b>	<b>Das Lösen einer mathematischen Aufgabe</b> .....	<b>VII</b>

---

## Training Grundwissen 1

<b>1</b>	<b>Wiederholung 5.–9. Klasse</b> .....	<b>3</b>
1.1	Terme .....	3
	Termumformungen .....	4
	Zerlegung von Termen in Produkte – Faktorisieren .....	6
	Bruchterme .....	8
1.2	Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen .....	10
1.3	Proportionale und antiproportionale Zuordnungen .....	12
	Proportionale Zuordnungen  .....	12
	Nicht-proportionale Zuordnungen .....	12
	Antiproportionale Zuordnungen  .....	13
1.4	Prozent- und Zinsrechnung .....	13
1.5	Umrechnungen von Größen .....	16
1.6	Ebene Figuren .....	17
1.7	Potenzen .....	19
	Definitionen .....	19
	Gesetze für das Rechnen mit Potenzen .....	20
	Sehr große und sehr kleine Zahlen .....	20
	Gleichungen mit Potenzen der Form $x^n = a$ .....	21
<b>2</b>	<b>Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme</b> .....	<b>22</b>
2.1	Lineare Funktionen .....	22
	Lineare Funktionen der Form $f: y = m \cdot x$ .....	23
	Allgemeine lineare Funktionen $f: y = m \cdot x + t$  .....	26
2.2	Lineare Gleichungssysteme .....	29
	Grafisches Lösungsverfahren .....	29
	Rechnerische Lösungsverfahren .....	30

<b>3</b>	<b>Quadratische Funktionen und Gleichungen</b> .....	34
3.1	Quadratische Funktionen .....	34
	Die quadratische Funktion $f: y=x^2$ .....	34
	Quadratische Funktionen der Form $f: y=ax^2$ (▶) .....	34
	Quadratische Funktionen der Form $f: y=ax^2+n$ .....	37
	Quadratische Funktionen der Form $f: y=a(x-m)^2$ .....	38
	Quadratische Funktionen der Form $f: y=a(x-m)^2+n$ (▶) .....	40
3.2	Extremwertaufgaben .....	42
3.3	Quadratische Gleichungen .....	46
	Reinquadratische Gleichungen mit $b=0$ .....	46
	Quadratische Gleichungen mit $b\neq 0$ .....	47
3.4	Nullstellen von Parabeln (▶) .....	50
3.5	Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade .....	52
<b>4</b>	<b>Exponentialfunktionen und Wachstumsprozesse</b> .....	55
4.1	Exponentielle Zunahme und exponentielle Abnahme .....	55
4.2	Exponentialfunktionen (▶) .....	57
<b>5</b>	<b>Grafische Darstellungen und Diagramme</b> .....	63
5.1	Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge ....	63
	Lineares Wachstum, lineare Abnahme .....	65
	Nicht lineares Wachstum .....	70
5.2	Analyse grafischer Darstellungen bei statistischen Datenerhebungen .....	73
<b>6</b>	<b>Rechtwinklige Dreiecke und Satz des Pythagoras</b> (▶) .....	78
<b>7</b>	<b>Trigonometrie</b> .....	81
7.1	Trigonometrische Beziehungen in rechtwinkligen Dreiecken .....	81
7.2	Berechnungen in beliebigen Dreiecken .....	87
<b>8</b>	<b>Kreis</b> .....	90
8.1	Kreisfläche und Kreisumfang, Kreisring .....	90
8.2	Kreisbogen und Kreissektor, Berechnungen am Kreis und an Kreisteilen .....	92
<b>9</b>	<b>Körper</b> .....	95
9.1	Schrägbild und Netz eines Körpers .....	95
9.2	Prisma .....	98
9.3	Kreiszyylinder .....	103
9.4	Pyramide .....	106
9.5	Kegel .....	110
9.6	Kugel .....	113
9.7	Rotationskörper, zusammengesetzte Körper und Restkörper .....	115

<b>10</b>	<b>Stochastik</b> .....	120
10.1	Statistische Grundbegriffe  .....	120
10.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	129
10.3	Die Wahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten .....	129
10.4	Wahrscheinlichkeit und das Gesetz der großen Zahlen .....	132
10.5	Mehrstufige Zufallsexperimente  .....	133
<b>11</b>	<b>Arbeiten mit einer Tabellenkalkulation</b> .....	138

**Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung** **143**

Prüfungsteil 1 – Variante A .....	145
Prüfungsteil 1 – Variante B .....	147
Prüfungsteil 1 – Variante C .....	149
Prüfungsteil 2 .....	151

**Zentrale Prüfungen** **155**

Zentrale Prüfung 2019 .....	2019-1
-----------------------------	--------

Wegen des Corona-Virus wurden **2020** die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 durch Prüfungsarbeiten ersetzt, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben abgedruckt werden.

Zentrale Prüfung 2021 .....	2021-1
Zentrale Prüfung 2022 .....	2022-1
Zentrale Prüfung 2023 .....	2023-1

**Zentrale Prüfung 2024** ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als **PDF** auf der Plattform **MySTARK** heruntergeladen werden (Zugangscodes vgl. Umschlaginnenseite).



Bei **MySTARK** findest du:

- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu einigen Themen
- **Videos** mit Lösungen zu ausgewählten Prüfungen
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht



Deinen Zugangscodes findest du auf der **Innenseite des Umschlags** vorne im Buch.

**Autorinnen und Autoren:**

Christoph Borr, Doris Cremer, Olaf Klärner, Karl-Heinz Kuhlmann, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Heike Ohrt, Dietmar Steiner



# Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich **schon ab der 9. Klasse** auf die **Zentrale Prüfung** in Mathematik zum **mittleren Schulabschluss** vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundwissen** besonders wichtig. Denn es geht nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben in der Prüfung werden auf einem möglichst breiten Grundwissen aufbauen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnt dieses Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im Kapitel 1 werden die wichtigsten Themen der 5. bis 9. Klasse wiederholt, die Kapitel 2 bis 10 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse. In den Kapiteln findest du insgesamt 131 Aufgaben, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst. Wenn du dich bereits fit fühlst, kannst du direkt mit den **Anwendungsaufgaben** beginnen. Bereiten dir diese Aufgaben noch Schwierigkeiten, kannst du die erforderlichen Stoffgebiete im Trainingsteil selbstständig erarbeiten und dich dann über die Lösung der Aufgaben zum **Grundwissen** erneut an die Anwendungsaufgaben machen. Zu einigen Themen gibt es zusätzlich **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch findest du einen QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung aller Videos ist über den QR-Code links abrufbar. Außerdem kannst du die Videos von der Plattform **MySTARK** herunterladen.
- ▶ Wenn die einzelnen Themen „sitzen“, du die Aufgaben also lösen kannst, geht es weiter mit der **Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung**. Hier sind die Aufgaben nicht mehr nach Themengebieten unterteilt, sondern – wie in der Prüfung – aus den verschiedensten Bereichen zusammengestellt. Es kommt also zunächst darauf an zu erkennen, *wie* die jeweilige Aufgabe gelöst werden könnte, welchem Themengebiet sie zuzuordnen ist. Ein wichtiger Gesichtspunkt in der Prüfung ist die **Bearbeitungszeit**. Daher solltest du *vor* der Prüfung schon unter echten Prüfungsbedingungen üben. In der Prüfung hast du **120 Minuten** Zeit, unterteilt in 30 Minuten für den 1. Teil und 90 Minuten für den 2. Teil. Da der 1. Teil ohne die Hilfsmittel Taschenrechner und Formelsammlung bearbeitet werden muss, findest du hier für diesen Prüfungsteil drei Varianten (A, B, C). Auch wenn du anfangs die Aufgaben nicht innerhalb der Zeit schaffst, solltest du die „Prüfung“ in Abständen wiederholen, bis du sicher bist und die Aufgaben richtig und in der vorgesehenen Zeit löst. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.
- ▶ Jetzt kannst du dich an die zuletzt gestellten **Zentralen Prüfungen** wagen. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet. Die Lösungen zu ausgewählten Prüfungen sind in **Videos** ausführlich dargestellt. Du findest die Videos auf **MySTARK**.
- ▶ Zu allen Aufgaben gibt es in einem separaten Buch (Best.-Nr. J05100L) ausführliche **Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist. Beachte: Du solltest immer versuchen, die Lösung selbst zu finden, und erst dann mit dem Lösungsbuch vergleichen.



Viel Erfolg in der Prüfung!

Wolfgang Matschke

Marc Möllers



# Hinweise und Tipps

## 1 Hinweise zur Zentralen Prüfung

### Ablauf der Prüfung

In Nordrhein-Westfalen nehmen die Schülerinnen und Schüler aller Schularten am Ende der Klassenstufe 10 an der **Zentralen Prüfung** teil. Die Prüfung umfasst je eine schriftliche Arbeit in den Fächern Deutsch, Mathematik und Englisch. In Mathematik findet die Prüfung am **05. Juni 2025** statt.

Im Fach Mathematik besteht die schriftliche Prüfung aus den Prüfungsteilen 1 und 2. Beide Prüfungsteile sind innerhalb der **120-minütigen Arbeitszeit** zu bewältigen. In der Prüfung sind als Hilfsmittel zugelassen: Zirkel und Geodreieck sowie in Prüfungsteil 2 ein wissenschaftlicher Taschenrechner und eine Formelsammlung. (Die herausnehmbare Formelsammlung in diesem Buch ist auch zur Prüfung zugelassen.)

**Prüfungsteil 1** enthält mehrere, voneinander unabhängige Aufgaben geringer Komplexität zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten (Basiskompetenzen), darunter auch Aufgaben mit Auswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben). Zur Bearbeitung der Aufgaben von Prüfungsteil 1 sind **30 Minuten** vorgesehen. Hier werden die **Basiskompetenzen** abgefragt, die du in den Schuljahren 5 bis 10 erworben hast. Die Aufgabenformen kennst du schon aus der „Lernstandserhebung“. Im Prüfungsteil 1 darfst du **keinen Taschenrechner** und **keine Formelsammlung** benutzen. Von daher ist es sinnvoll, wenn du dir im Vorfeld der Prüfung Sicherheit im Umgang mit den Grundrechenarten und Rechengesetzen (z. B. Klammern vor Punkt- vor Strichrechnung) und mit grundlegenden Formeln (z. B. Formeln für Umfang, Flächeninhalt und Volumen geometrischer Figuren) verschaffst.

**Prüfungsteil 2** beinhaltet schwerpunktmäßig Aufgaben mit höherem Komplexitätsgrad zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten aus allen vier Themenbereichen (Funktionen, Arithmetik/Algebra, Geometrie und Stochastik) und deren Anwendung. Diesen Aufgaben liegen die Unterrichtsinhalte der Jahrgangsstufen 9 und 10 zugrunde. Es werden in diesem Teil der Prüfung auch mathematische Kompetenzen geprüft, die in den vorangegangenen Jahrgangsstufen erworben wurden (z. B. Prozent- und Zinsrechnung). Der Arbeitszeitanteil umfasst hier **90 Minuten**. Im Prüfungsteil 2 darfst du sowohl einen Taschenrechner als auch eine Formelsammlung benutzen.

Bei der Auswertung der Aufgaben wird sowohl der Umgang mit Maßeinheiten als auch die Nachvollziehbarkeit, formale Angemessenheit und Genauigkeit der Darstellung von Lösungen gesondert berücksichtigt und mit Extrapunkten bewertet. Qualitativ gleichwertige Lösungswege werden auch identisch bewertet.

Im letzten Teil dieses Buches findest du die **Original-Aufgaben der Zentralen Prüfungen aus den Jahren 2019 bis 2023**; zu ausgewählten Prüfungen gibt es auf der **Plattform MySTARK** Videos, in denen die Lösungen ausführlich dargestellt sind. Die **Prüfungsaufgaben 2024** stehen dir ebenfalls auf **MySTARK** zum Download zur Verfügung. Diese Sammlung von Prüfungsaufgaben ist insbesondere für die **Vorbereitungsphase unmittelbar vor der Abschlussprüfung** gedacht und hilft dir dabei, noch mehr Sicherheit im Umgang mit Prüfungsaufgaben zu gewinnen. Den offiziellen Prüfungsaufgaben vorangestellt ist eine „Aufgabe im Stil der Zentralen Prüfung“. Die hier gewählten Aufgaben verweisen auf Themenfelder, die in dieser oder ähnlicher Form in den Prüfungen vorheriger Jahre immer wieder von Bedeutung waren.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die Abschlussprüfung 2025 bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu ebenfalls auf der **Plattform MySTARK**. Den Zugangscode dafür findest du auf der Innenseite des Umschlags vorne im Buch.

Aktuelle Informationen zur Zentralen Prüfung und Antworten auf viele weitere Fragen, die du möglicherweise zur Zentralen Prüfung hast, findest du auch im Internet unter:

[www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/zp10/](http://www.standardsicherung.schulministerium.nrw.de/zp10/)

### Kompetenzen

In der Zentralen Prüfung werden im **Prüfungsteil 1** sogenannte **Basiskompetenzen** geprüft. Nachfolgend sind Beispiele von Aufgaben aufgelistet, anhand derer diese Basiskompetenzen geübt werden können:

Basiskompetenzen	Beispiele
▶ Umgehen mit Zahlen und Größen, Techniken des Überschlagens anwenden	▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A1, B1, B2, C1; 2019: 1; 2021: 2; 2022: 1, 4; 2023: 1a, b
▶ Umgehen mit Variablen, Termen, Gleichungen und Gleichungssystemen (auch im Zusammenhang mit einer Tabellenkalkulation)	▶ Training Grundwissen: Aufgabe 12 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A5; 2019: 4a, 5; 2021: 4a (W2), 5; 2022: 3 (W1); 2023: 3
▶ Bestimmen von Längen, Flächen und Volumina sowie Winkeln bei Grundfiguren und -körpern (Dreieck, Viereck, Kreis, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel, Kugel)	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 67, 75–78, 81, 82, 88, 93, 98 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A3a, B3, C3, C4; 2019: 2; 2021: 3; 2022: 2 (W1); 2023: 2, 6a
▶ Entnehmen mathematischer Informationen aus einfachen Texten, Grafiken und Diagrammen	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 19, 48 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A3; 2019: 3a; 2021: 1; 2022: 6 (W1), 5 (W2); 2023: 2

▶ Bestimmen von elementaren Wahrscheinlichkeiten	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 115–118 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A2, B4, C2
▶ Nutzen von Tabellenkalkulationen und dynamischer Geometriesoftware zur Erkundung mathematischer Probleme	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 10, 25, 113 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A4, C5; 2019: 3
▶ Wechseln der Darstellung (Situation, Tabelle, Graph, Term) bei funktionalen Zusammenhängen	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 5, 45, 46, 47 ▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A3b, B5, C5; 2021: 4 (W1)
▶ Erstellen und Vergleichen von Netzen zu vorgegebenen Körpern	▶ Training Grundwissen: Aufgaben 12, 15, 25
▶ Beurteilen mathematischer Aussagen und Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen	▶ Prüfungsteil 1: Aufgabe im Stil: A6; 2021: 4b (W2); 2023: 4, 6b
▶ Nutzen mathematischen Wissens für Begründungen beim Schätzen und Runden	▶ Prüfungsteil 1: 2022: 5

In der Zentralen Prüfung können im **Prüfungsteil 2** sämtliche erworbenen **Kompetenzen** geprüft werden.

Kompetenzen	Beispiele
<b>Arithmetik/Algebra</b>	
▶ Erläuterung mathematischer Zusammenhänge mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen beim Umgang mit linearen Gleichungen/Gleichungssystemen bzw. quadratischen Gleichungen	▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 2i; 2019: 3c, 3f; 2022: 3f, 3g; 2023: 3b, c(2), e(2)
▶ Vergleich, Überprüfung und ggf. Verbesserung von vorgegebenen Aufgabenlösungen	▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1c; 2023: 1b, 3f
▶ Mathematische Zusammenhänge erkennen und durch Terme modellieren, Nutzen elementarer mathematischer Verfahren	▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 2e–g; 2019: 1b, 3a–b, 3d–e; 2021: 1b–c, 2e; 2022: 1a–b, 3e; 2023: 1c, 3a, c(1), d
<b>Funktionen</b>	
▶ Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge, Deuten der Parameter in der Termdarstellung der Funktionen	▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 1a–c; 2021: 2c–d

<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Weg-Zeit-Zusammenhänge</li> <li>– Wachstumsprozesse (linear, quadratisch und exponentiell)</li> <li>– Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung (z. B. Preisreduktion, Spar- und Kreditmodelle)</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 11, 14, 35, 41–44</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: 2019: 2d–f; 2021: 2a, 2c–d, 2f–g; 2022: 2b, 2e–f, 3a–b; 2023: 2b–f</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Erkunden funktionaler Zusammenhänge (z. B. mithilfe eines Taschenrechners, eines Funktionsplotters oder einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 10, 25</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: 2021: 2b</li> </ul>
<b>Geometrie</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Bestimmung unbekannter Größen wie z. B. Umfang und Flächeninhalt von Figuren oder Oberfläche und Volumen von Körpern</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 69, 85, 86, 90, 96, 104–107</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 2a–d; 2019: 1a, 2a–c; 2021: 1a, 3d–f; 2022: 1c, 2a–d, 3c–d; 2023: 1d, e</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Bestimmung unbekannter Größen mithilfe von Sinus, Kosinus und Tangens oder mit dem Satz des Pythagoras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 52, 53, 61–66</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 2h; 2021: 3a; 2022: 1d</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen Architektur (z. B. Formen von Gebäuden) und Verpackungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 80, 84, 97</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1b–c</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Nutzung verfügbarer Werkzeuge zur Bearbeitung geometrischer Situationen (z. B. Nutzung von Zirkel und Geodreieck oder Geometriesoftware)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 73, 74</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: 2021: 3b–c; 2023: 1a</li> </ul>
<b>Stochastik</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Auswerten, Beurteilen und Analysieren von grafischen Darstellungen statistischer Daten und deren Manipulation (z. B. aus Zeitungsartikeln)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 48, 110</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Simulation von Zufallsexperimenten sowie Auswertung und Darstellung von Daten (z. B. mithilfe einer Tabellenkalkulation)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgabe 108, 109, 113, 114, 119, 121, 126d–f</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 3a–b; 2019: 1d</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Darstellung von Zufallsexperimenten (z. B. durch Baumdiagramme) und Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▶ Training Grundwissen: Aufgaben 123, 124, 126a–c</li> <li>▶ Prüfungsteil 2: Aufgabe im Stil: 3c–g; 2019: 1e–f; 2021: 1d–f; 2022: 1e–g; 2023: 1g</li> </ul>



### 3 Quadratische Funktionen und Gleichungen

#### 3.1 Quadratische Funktionen

##### Merke

##### Quadratische Funktionen

Funktionen mit der Funktionsgleichung  $f: y = ax^2 + bx + c$  heißen **quadratische Funktionen**. (Wegen des quadratischen Terms  $ax^2$  muss dabei  $a \neq 0$  gelten.)

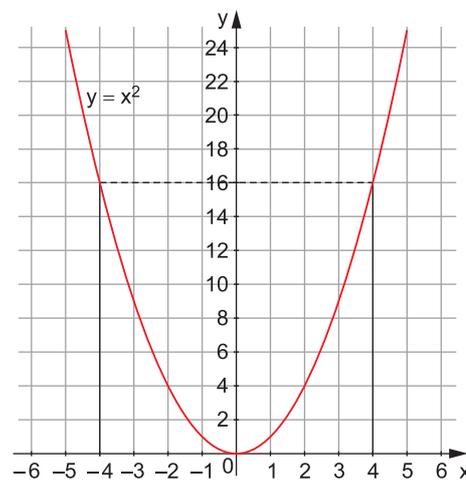
Die einfachste Form einer quadratischen Funktion erhält man für  $a = 1$ ,  $b = 0$  und  $c = 0$ .

##### Die quadratische Funktion $f: y = x^2$

Wertetabelle

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

Graph



Der Graph der quadratischen Funktion  $f: y = x^2$  ist die **Normalparabel**. Die Normalparabel hat den **Scheitel S(0|0)** im Koordinatenursprung und die **y-Achse** als **Symmetrieachse**.

##### Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

##### Merke



##### Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

- Die Funktionswerte der quadratischen Funktion  $y = ax^2$  ergeben sich aus den entsprechenden Funktionswerten von  $y = x^2$  durch **Multiplikation mit dem Faktor a** (vergleiche Wertetabelle, letzte Spalte).
- Die Graphen der Funktionen  $y = ax^2$  sind Parabeln mit dem **Scheitel S(0|0)**, die durch **Streckung** ( $a > 1$  oder  $a < -1$ ) oder **Stauchung** ( $-1 < a < 1$ ) und ggf. **Spiegelung an der x-Achse** ( $a < 0$ ) aus der Normalparabel entstehen.
- Für positive Werte von  $a$  ist die Parabel nach oben, für negative Werte von  $a$  nach unten geöffnet.

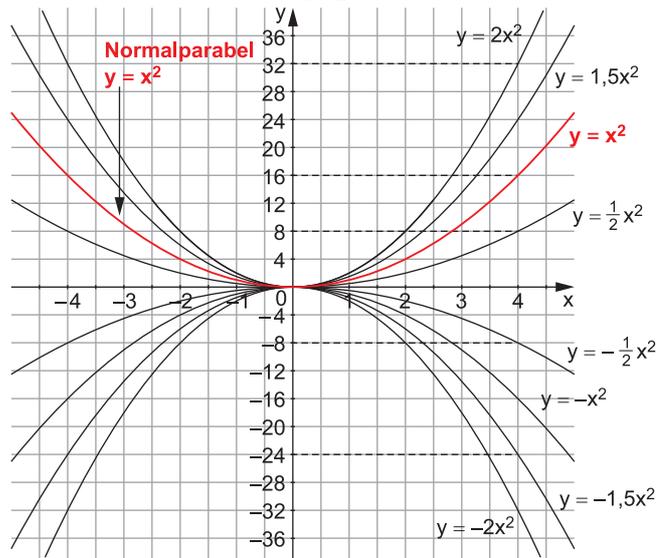
Beispiele

$$\begin{array}{ll}
 a = 0,5 & f_1: y = 0,5x^2 \\
 a = 2 & f_2: y = 2x^2 \\
 a = -0,5 & f_3: y = -0,5x^2 \\
 a = -1,5 & f_4: y = -1,5x^2
 \end{array}$$

Wertetabelle

	x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	a · f
f	y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	1 · f
f <sub>1</sub>	y	8	4,5	2	0,5	0	0,5	2	4,5	8	0,5 · f
f <sub>2</sub>	y	32	18	8	2	0	2	8	18	32	2 · f
f <sub>3</sub>	y	-8	-4,5	-2	-0,5	0	-0,5	-2	-4,5	-8	-0,5 · f
f <sub>4</sub>	y	-24	-13,5	-6	-1,5	0	-1,5	-6	-13,5	-24	-1,5 · f

Graphen der Funktionen f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, f<sub>3</sub> und f<sub>4</sub>



Vergleiche die Funktionswerte von f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, f<sub>3</sub> und f<sub>4</sub> mit denen der Funktion f sowie deren Graphen mit dem Graphen von f.

**Aufgaben**

**Grundwissen**

**15**

Bestimme den Faktor a so, dass der Graph der Funktion  $y = ax^2$  durch den Punkt

- a) P(2|-2)      b) Q(-5|12,5)      c) A(-2,5|-18,75)      d) B(2|-4)  
verläuft.

**16**

Die Graphen der Funktionen  $y = ax^2$  sind Parabeln mit dem Scheitel S(0|0). Form und Öffnung der Parabeln hängen jedoch vom Wert des Faktors a ab. Fülle die Tabelle aus.

Faktor	Öffnung	Form der Parabel	Beispiel
a > 1			
a = 1			
0 < a < 1			
-1 < a < 0			
a = -1			
a < -1			

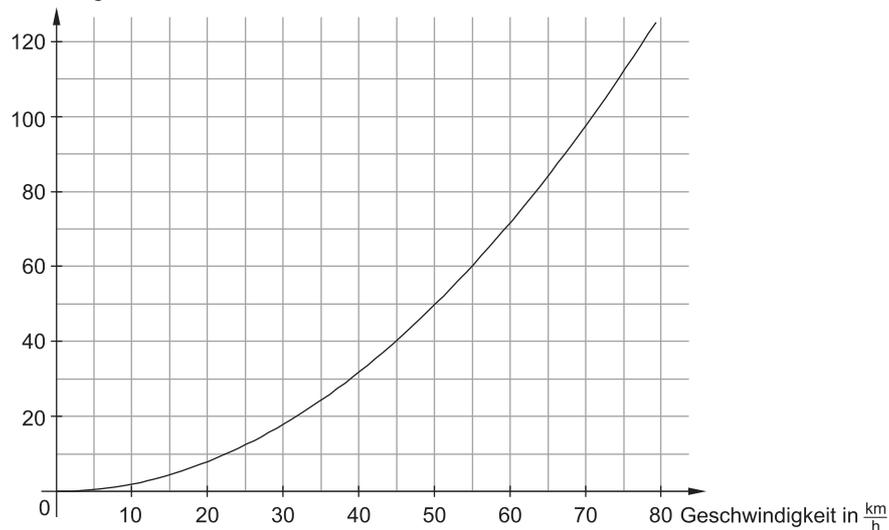
## 17

## Anwendungsaufgabe

Die Länge des Bremswegs eines Fahrzeugs kann näherungsweise mit der Faustformel  $y = a \cdot x^2$  berechnet werden. Dabei gibt  $x$  die Geschwindigkeit des Fahrzeugs in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  an,  $y$  die Länge des Bremswegs in m. Der „Bremsfaktor“  $a$  hängt vom Straßenzustand und vom Fahrzeugtyp ab.

Das Diagramm zeigt die Länge  $y$  des Bremswegs in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $x$ .

Bremsweg in m



- Wie lang ist der Bremsweg bei einer Geschwindigkeit von  $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ?
- Ein Pkw benötigt einen Bremsweg von 80 m. Gib mithilfe des Graphen die maximale Geschwindigkeit des Pkws vor dem Bremsen an.
- Erkläre, wie man mithilfe des Graphen den Bremsfaktor  $a$  bestimmen kann.
- Für diese (trockene) Straße und diesen Pkw ist der Faktor  $a = 0,02$ . Berechne die Länge des Bremswegs für Geschwindigkeiten von  $30 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  und  $130 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ .
- Der Faktor  $a$  hat für diesen Pkw und für eine nasse Straße einen anderen Wert. Gib einen möglichen Wert für  $a$  an und zeichne einen möglichen Bremsgraphen für eine nasse Straße ein. Begründe deine Entscheidung.
- Für ein anderes Fahrzeug (Lkw) ergibt sich ein neuer Bremsfaktor  $a$ . Bei einer Geschwindigkeit von  $60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  beträgt der Bremsweg nun 100 m. Berechne den Bremsfaktor  $a$ .
- Stelle für den Lkw den Bremsweg  $y$  in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $x$  für den Bereich  $0 \frac{\text{km}}{\text{h}} \leq x \leq 80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  grafisch dar.

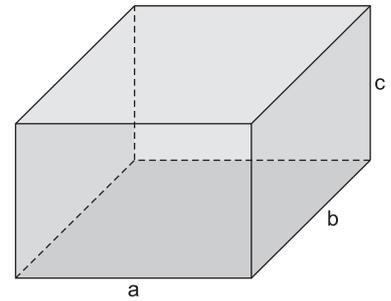


**Aufgabe 4**

Der abgebildete Quader hat die Kantenlängen  $a=6,4$  cm,  $b=4,8$  cm und  $c=2,9$  cm.

Welche Angabe passt für das Volumen am besten?

- $V \approx 14 \text{ cm}^3$   
  $V \approx 28 \text{ cm}^3$   
  $V \approx 90 \text{ cm}^3$   
  $V \approx 188 \text{ cm}^3$

**Aufgabe 5**

Silas zeichnet mit einer Geometriesoftware die Graphen von zwei Funktionen.

Er erstellt zwei Schieberegler, mit denen die Werte von  $b$  und  $c$  verändert werden können.

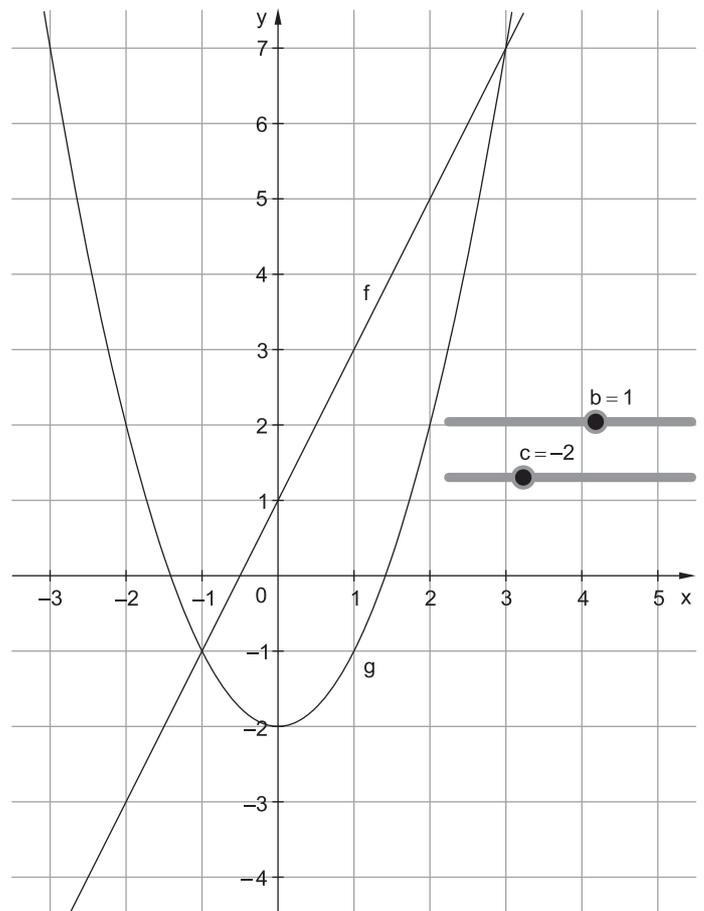
Gerade:  $f(x) = 2x + b$

Parabel:  $g(x) = x^2 + c$

- a) Gib einen Schnittpunkt der Graphen von  $f(x)$  und  $g(x)$  mit den abgebildeten Werten für  $b$  und  $c$  an:

$S(\underline{\quad} | \underline{\quad})$

- b) Wie ändert sich die Lage der Geraden  $f$ , wenn der Schieberegler auf den Wert  $b=3$  eingestellt wird? Zeichne den neuen Graphen ein.
- c) Was müsstest du an den Schieberegler ändern, damit sich Gerade und Parabel nicht mehr schneiden? Gib eine Möglichkeit an.





**Zentrale Prüfung 2023**  
**NRW – Mathematik**

### Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

#### Aufgabe 1

a) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

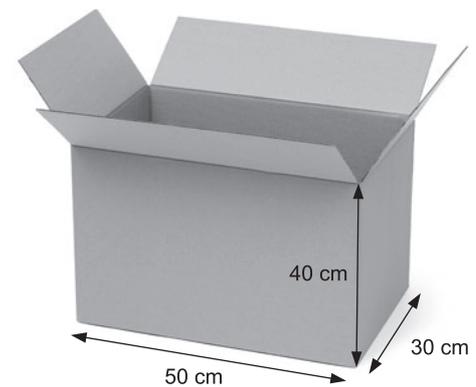
$$-0,45 \quad 0,38 \quad -\frac{2}{5}$$

b) Gib an, zwischen welchen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen  $\sqrt{20}$  liegt.

#### Aufgabe 2

Berechne das Volumen des abgebildeten Kartons.

Gib das Ergebnis in Litern ( $\ell$ ) an.



© Racool\_studio / www.freepik.com

#### Aufgabe 3

Löse das lineare Gleichungssystem.

Notiere deinen Lösungsweg.

I  $6x - 3y = 15$

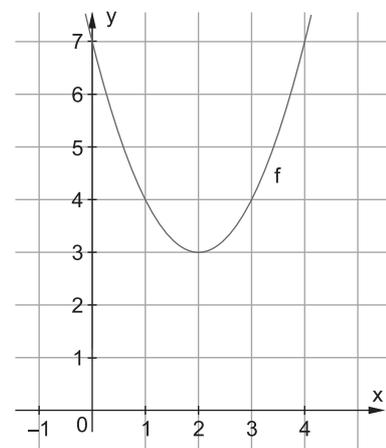
II  $6x - 8y = 10$

#### Aufgabe 4

(1) Kreuze an, welche der angegebenen Funktionsgleichungen zu dem Graphen von  $f$  passt.

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -(x - 2)^2 + 3$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = (x - 2)^2 + 3$	<input type="checkbox"/>

(2) Begründe deine Auswahl.



## Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

### Aufgabe 1: Herzlich willkommen

Eine Firma produziert herzförmige Dekoanhänger aus Metall (Abbildung 1). Jedes Herz besteht aus einem Quadrat mit der Kantenlänge 6 cm, an das zwei Halbkreise mit einem Radius von jeweils 3 cm angesetzt sind (Abbildung 2).



Abbildung 1:  
herzförmiger Dekoanhänger

- Zeichne ein Herz in Originalgröße in dein Heft.
- Bestätige rechnerisch, dass ein Herz einen Flächeninhalt von ca.  $64,3 \text{ cm}^2$  hat.
- Die Herzen werden aus dünnen Metallblechen hergestellt.  $1 \text{ dm}^2$  des Metallblechs wiegt 117 g. Berechne das Gewicht eines Herzens.

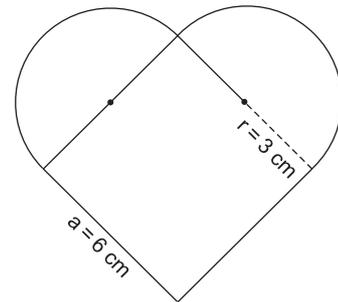


Abbildung 2:  
geometrische Form eines Herzens

Um die Breite  $b$  eines Herzens zu bestimmen, wird eine Skizze angefertigt (Abbildung 3). Hier gilt: Die Strecke  $\overline{AB}$  entspricht der Breite  $b$ .  $\overline{AB}$  geht durch die Mittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$  der angesetzten Halbkreise.

- Zeige durch eine Rechnung, dass die Strecke  $\overline{M_1 M_2}$  eine Länge von etwa 4,24 cm hat.
- Berechne die Breite  $b$  eines Herzens.

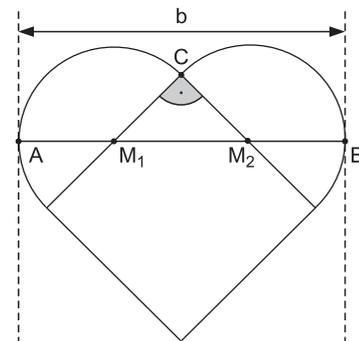


Abbildung 3:  
Skizze zur Berechnung der Breite  $b$

Die Herzen werden in den Farben Rot und Weiß produziert und farblich gemischt in Kartons verpackt. Beim Fabrikverkauf werden die Herzen angeboten. Die Kunden dürfen, ohne hinzusehen, nacheinander zwei Herzen aus dem Karton ziehen. Zu diesem Zufallsvorfall gehört das folgende Baumdiagramm (Abbildung 4).

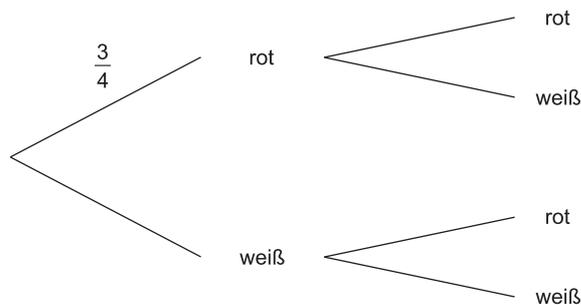


Abbildung 4:  
Baumdiagramm für das Ziehen von zwei Herzen ohne Zurücklegen



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

**STARK**