2025 **Mittlerer Schulabschluss**

Original-Prüfungsaufgaben und Training

MEHR ERFAHREN

Hauptschule Typ B · Gesamtschule EK ule

Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*
+ *PDF zum Download*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen

Original-Prüfungsaufgaben

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, kannst du die Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen. Den Zugangscode findest du auf der Umschlaginnenseite.

Autoren:
Training: Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.
Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band *Mittlerer Schulabschluss, Nordrhein-Westfalen, Mathematik 10. Klasse, Hauptschule Typ B, Gesamtschule EK, Sekundarschule* (Titel-Nummer J0530B).

Anhand der ausführlichen Lösungen kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.
Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen, und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.
Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

4 Funktionaler Zusammenhang

112

Menge (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis (€)	0,90	1,80	2,70	3,60	4,50	5,40	6,30	7,20	8,10	9,00

113

Zeit (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lohn (€)	42,50	85,00	127,50	170,00	212,50	255,00	297,50	340,00	382,50	425,00

114 a) 50 Steine ≙ 75 €
1 Stein ≙ 1,50 €
420 Steine ≙ 630 €
420 Steine kosten 630 €.

b) 75 € ≙ 50 Steine
1 € ≙ 0,666… Steine
1 794 € ≙ 1 196 Steine
Für 1 794 € bekommt man 1 196 Steine.

115 7 Riegel ≙ 3,15 €
1 Riegel ≙ 0,45 €
5 Riegel ≙ 2,25 €
Fünf Schokoladenriegel kosten 2,25 €.

116

Stück	Preis (€)
4	1,80
10	4,50
15	6,75
16	7,20
18	8,10
21	9,45

Menge (kg)	Preis (€)
5	17,00
6	20,40
8	27,20
11	37,40
13	44,20
17	57,80

Liter	Preis (€)
15	18,75
9	11,25
30	37,50
45	56,25
75	93,75
28	35,00

117 4 Karten ≙ 60 €
1 Karte ≙ 15 €
7 Karten ≙ 105 €
Sieben Karten kosten 105 €.

118 a) 25 Kugeln ≙ 30,00 €
1 Kugel ≙ 1,20 €
40 Kugeln ≙ 48,00 €
40 Kugeln kosten 48 €.

b) 30,00 € ≙ 25 Kugeln
1 € ≙ 0,833… Kugeln
16,80 € ≙ 14 Kugeln
Für 16,80 € bekommt man 14 Kugeln Eis.

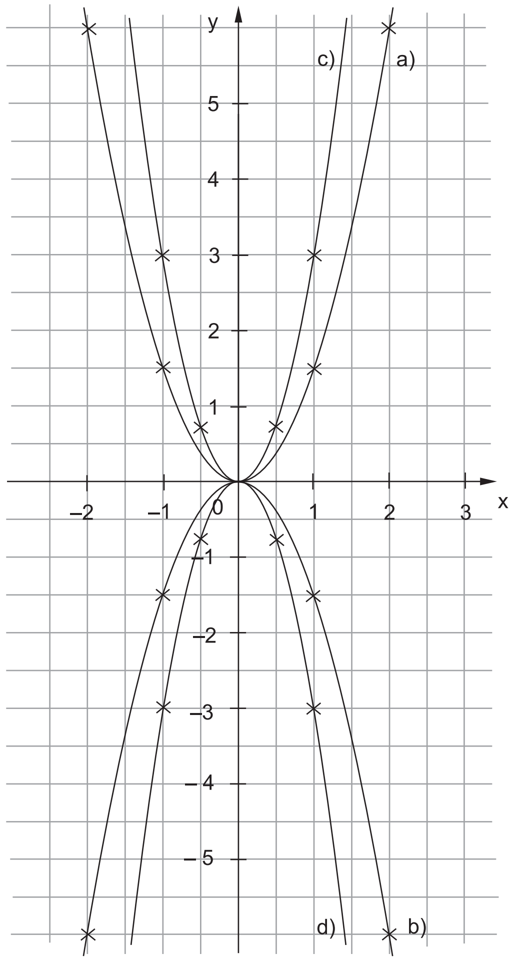
119 a) 23,96 € ≙ 4 CDs
1 € ≙ 0,166… CDs
42 € ≙ 7,011… CDs ≈ 7 CDs
Anatol kann sich sieben CDs kaufen.

b) 4 CDs ≙ 23,96 €
1 CD ≙ 5,99 €
3 CDs ≙ 17,97 €
Drei CDs kosten 17,97 €.

163

	x	–2	–1	0	–1	2
a)	$y = 1{,}5x^2$	6	1,5	0	1,5	6
b)	$y = -1{,}5x^2$	–6	–1,5	0	–1,5	–6

	x	–1	–0,5	0	–0,5	–1
c)	$y = 3x^2$	3	0,75	0	0,75	3
d)	$y = -3x^2$	–3	–0,75	0	–0,75	–3



164 Setze die x- und y-Werte der Punkte in die Gleichung ein und löse nach a auf.

a) $2 = a \cdot (-1)^2$

$2 = a$

$\Rightarrow \quad y = 2x^2$

b) $6 = a \cdot 3^2$

$\frac{2}{3} = a$

$\Rightarrow \quad y = \frac{2}{3}x^2$

c) $-4 = a \cdot 2^2$

$-1 = a$

$\Rightarrow \quad y = -x^2$

d) $-13{,}5 = a \cdot 3^2$

$-1{,}5 = a$

$\Rightarrow \quad y = -1{,}5x^2$

165 D $y = 0{,}02x^2$ C $y = -1{,}75x^2$ A $y = 2{,}5x^2$ B $y = -0{,}025x^2$

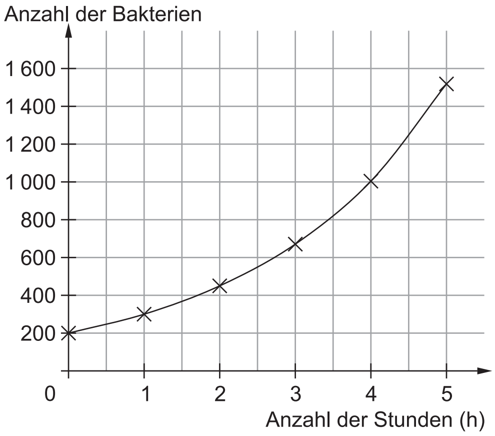
166

	Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a)	$y = 0{,}5x^2 + 4$	S(0|4)	0,5	gestaucht, nach oben geöffnet
b)	$y = -4x^2 + 7$	S(0|7)	−4	gestreckt, nach unten geöffnet
c)	$y = -2x^2 - 5$	S(0|–5)	–2	gestreckt, nach unten geöffnet
d)	$y = 0{,}4x^2 - 2{,}4$	S(0|–2,4)	0,4	gestaucht, nach oben geöffnet

b) $c = 200$ Bakterien
$x = 3$
$p\,\% = 50\,\%$
$a = 1 + \frac{p}{100} = 1 + \frac{50}{100} = 1{,}5$
Zu bestätigender Endwert: $y = 675$
$y = c \cdot a^x$
$y = 200 \cdot 1{,}5^3$
$y = 675$

c)

Anzahl der Stunden	0	1	2	3	4	5
Bakterien	200	300	450	675	1 012	1 518
	$\cdot 1{,}5$	$\cdot 1{,}5$	$\cdot 1{,}5$	$\cdot 1{,}5$	$\cdot 1{,}5$	



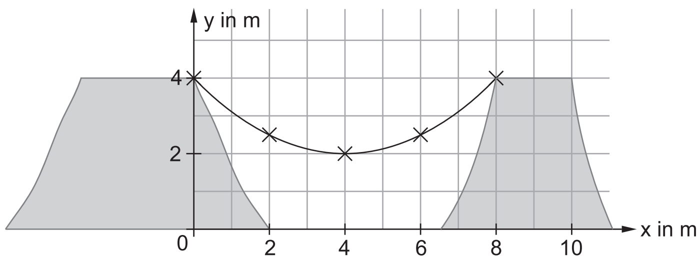
d) $c = 200$ Bakterien
$a = 1{,}5$
$x = 8$
Anzahl der Bakterien nach acht Stunden:
$y = c \cdot a^x$
$y = 200 \cdot 1{,}5^8$
$y \approx 5\,126$
Paul hat recht. Da die Population der Bakterien exponentiell wächst, sind nach acht Stunden mehr als 4 000 Bakterien bei diesem Versuch entstanden.

---

193 a) Nein, der gegenüberliegende Hügel wird nicht erreicht.
Der Scheitelpunkt der Parabel liegt bei $S(3\,|\,2)$. Da eine Parabel immer symmetrisch ist, müsste dieser Punkt in der Mitte, bei $x = 4$ m, also bei $S(4\,|\,2)$ liegen, damit der Hügel erreicht wird.

b)

x	0	2	4	6	8
$y = \frac{1}{8}(x-4)^2 + 2$	4	2,5	2	2,5	4



Zentrale Prüfung 2023

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

a) Gegeben: $-0{,}45;\ 0{,}38;\ -\frac{2}{5}$

Gesucht: richtige Reihenfolge der Zahlen, von klein nach groß

Mögliche Nebenrechnung:

$-\frac{2}{5} = -0{,}4$

Wandle den echten Bruch in einen Dezimalbruch um.

Reihenfolge:

$-0{,}45 \ < \ -\frac{2}{5} = -0{,}4 \ < \ 0{,}38$

Beachte die Vorzeichen.

b) Gesucht: zwei ganze aufeinanderfolgende Zahlen, zwischen denen $\sqrt{20}$ liegt

Beachte die genaue Formulierung:
Zwei ganze Zahlen sind gesucht und sie müssen aufeinander folgen.

Mögliche Nebenrechnung:

$\sqrt{20} > \sqrt{16} = 4$

$\sqrt{20} < \sqrt{25} = 5,$

Damit liegt $\sqrt{20}$ zwischen den ganzen Zahlen 4 und 5.

Aufgabe 2

Gegeben: Maße des Kartons bzw. Quaders (aus Zeichnung):
$a = 50$ cm; $b = 30$ cm; $c = 40$ cm

Gesucht: Volumen des Kartons in ℓ

Beachte, dass das Volumen in der Einheit Liter (ℓ) angegeben werden muss.

Hinweis:
$1\ \ell = 1\,000\ m\ell = 1\,000\ cm^3 = 1\ dm^3$
($1\ m\ell = 1\ cm^3$ und $1\ \ell = 1\ dm^3$)

Rechnung:

$V_{Karton} = a \cdot b \cdot c$

$V_{Karton} = 50\ cm \cdot 30\ cm \cdot 40\ cm = 60\,000\ cm^3$

Mit $1\ \ell = 1\,000\ cm^3$ gilt:
Der Karton hat ein Volumen von 60 ℓ.

Oder:

$V_{Karton} = a \cdot b \cdot c$

$V_{Karton} = 5\ dm \cdot 3\ dm \cdot 4\ dm = 60\ dm^3$

Alle Längen werden sofort in dm umgewandelt.

Mit $1\ \ell = 1\ dm^3$ gilt:
Der Karton hat ein Volumen von 60 ℓ.

Aufgabe 3

1. Lösungsmöglichkeit (Subtraktionsverfahren):

$$\begin{array}{ll} \text{I} & 6x-3y=15 \\ \text{II} & 6x-8y=10 \end{array}$$

Subtraktionsverfahren (I – II):

$$\begin{array}{rl} 5y=5 & \mid :5 \\ y=1 & \end{array}$$

Einsetzen von $y=1$ in Gleichung I, um x zu bestimmen:

$$\begin{array}{rl} 6x-3\cdot 1=15 & \mid +3 \\ 6x=18 & \mid :6 \\ x=3 & \end{array}$$

Lösungsmenge des Gleichungssystems:
$\mathbb{L}=\{(3\mid 1)\}$

2. Lösungsmöglichkeit (Einsetzungsverfahren):

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 6x-3y=15 & \mid +3y \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \\ \hline \text{I}' & 6x=15+3y & \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \end{array}$$

Einsetzen von I' in II:

$$\begin{array}{rl} 15+3y-8y=10 & \mid \text{zusammenfassen} \\ 15-5y=10 & \mid -15 \\ -5y=-5 & \mid :(-1) \\ y=1 & \end{array}$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

3. Lösungsmöglichkeit (Gleichsetzungsverfahren):

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 6x-3y=15 & \mid +3y \\ \text{II} & 6x-8y=10 & \mid +8y \\ \hline \text{I}' & 6x=15+3y & \\ \text{II}' & 6x=10+8y & \end{array}$$

I' = II':

$$\begin{array}{rl} 15+3y=10+8y & \mid -3y \quad \mid -10 \\ 5=5y & \mid :5 \\ y=1 & \end{array}$$

Ab hier wie beim Subtraktionsverfahren die Variable x bestimmen (siehe oben).

Hinweise und Tipps

Es gibt verschiedene Lösungsstrategien zum Lösen von Gleichungssystemen.
Im vorliegenden Fall bietet sich besonders das Subtraktionsverfahren an, da es sich direkt (d. h. ohne vorherige Umformung) anwenden lässt.

Alternativ kann $y=1$ auch in Gleichung II eingesetzt werden, um x zu berechnen.

Probe: Die Werte $x=3$ und $y=1$ werden in die Gleichungen eingesetzt:

I $6\cdot\mathbf{3}-3\cdot\mathbf{1}=15$ (wahr)
II $6\cdot\mathbf{3}-8\cdot\mathbf{1}=10$ (wahr)

Löse Gleichung I nach 6x auf und setze sie dann in Gleichung II ein.

Löse beide Gleichungen nach 6x auf und setze sie dann gleich.

Hinweise und Tipps

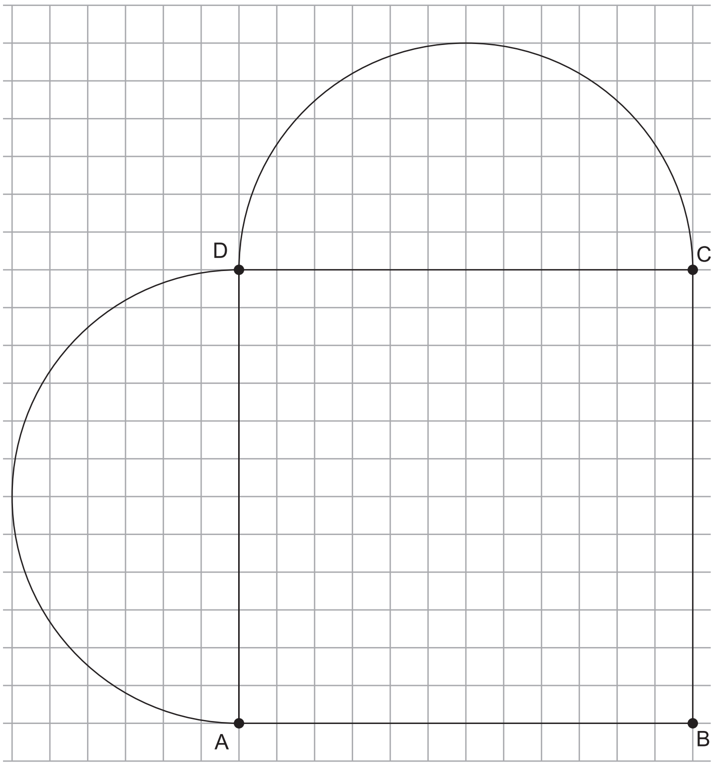
Prüfungsteil 2

Aufgabe 1: Herzlich willkommen

a) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6$ cm
Radius der Halbkreise: $r = 3$ cm

Entnimm die notwendigen Informationen der Abbildung 2 bzw. dem vorangestellten Aufgabentext.

Sinnvollerweise zeichnest du zuerst das Quadrat und orientierst dich dabei an den Rechenkästchen auf dem Papier.



b) Gegeben: Seiten des Quadrates: $a = 6$ cm
Radius der Halbkreise: $r = 3$ cm

Gesucht: Bestätigung, dass der Flächeninhalt der herzförmigen Figur 64,3 cm² ist

Rechnung:

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und zwei Halbkreisen.

$A_{Herz} = A_{Quadrat} + 2 \cdot A_{Halbkreis}$

$A_{Herz} = a^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot r^2$

$A_{Herz} = (6\text{ cm})^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot (3\text{ cm})^2$

$A_{Herz} = 64,274\ldots\text{ cm}^2 \approx 64,3\text{ cm}^2$

Alternative Rechnung:

Die herzförmige Fläche besteht aus einem Quadrat und einem Kreis (zusammengesetzt aus zwei Halbkreisen).

$A_{Herz} = a^2 + \pi \cdot r^2$

$A_{Herz} = (6\text{ cm})^2 + \pi \cdot (3\text{ cm})^2$

$A_{Herz} \approx 64,274\ldots\text{ cm}^2 \approx 64,3\text{ cm}^2$

Die Rechnung bestätigt, dass die Flächenangabe von $64,3\text{ cm}^2$ richtig ist.

c) Gegeben: $1\ dm^2$ Metallblech wiegt 117 g.
Gesucht: Gewicht eines Herzens
Lösung mithilfe des Dreisatzes:

	Flächeninhalt	Gewicht	
: 100	$100\ cm^2$	117 g	: 100
· 64,3	$1\ cm^2$	1,17 g	· 64,3
	$64{,}3\ cm^2$	75,231 g	

Ein Metallherz wiegt ca. 75 g.

Hinweise und Tipps: Beachte die Umwandlungszahl bei Flächenmaßen: $1\ dm^2 = 100\ cm^2$

d) Gegeben: Abbildung 3 – Skizze zur Berechnung der Breite b
Gesucht: Prüfung der Streckenlänge: $\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$
Das Dreieck mit den Eckpunkten M_1, M_2 und C ist rechtwinklig. M_1 und M_2 sind die Mittelpunkte der Halbkreise, damit sind die Strecken $\overline{M_1C}$ und $\overline{M_2C}$ jeweils 3 cm lang.
Es gilt der Satz des Pythagoras:

$$\overline{M_1M_2}^2 = \overline{M_1C}^2 + \overline{M_2C}^2$$

$$\overline{M_1M_2}^2 = (3\ cm)^2 + (3\ cm)^2 \quad \Big|\sqrt{}$$

$$\overline{M_1M_2} = \sqrt{9\ cm^2 + 9\ cm^2}$$

$$\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$$

Die Rechnung zeigt, dass die Strecke $\overline{M_1M_2}$ eine Länge von ca. 4,24 cm hat.

Betrachte die Figuren in den Abbildung 2 und 3 genau und entnimm daraus die Informationen, die zur Überprüfung der Streckelänge notwendig sind.
Suche nach einem rechtwinkligen Dreieck. Es kann der Satz des Pythagoras angewendet werden.

e) Gegeben: $\overline{M_1M_2} \approx 4{,}24\ cm$; $r_{Halbkreis} = 3\ cm$
Gesucht: Breite b des Herzens
Es gilt:
$b = \overline{AM_1} + \overline{M_1M_2} + \overline{M_2B}$
Mit $\overline{AM_1} = \overline{M_2B} = r_{Halbkreis}$ folgt:
$b \approx 3\ cm + 4{,}24\ cm + 3\ cm = 10{,}24\ cm$
Das Herz hat eine Breite von ca. 10,24 cm.

Betrachte die Streckenlängen $\overline{AM_1}$ und $\overline{M_2B}$. Es handelt sich jeweils um Radien eines der Halbkreise.

f) Gegeben: Karton mit 15 roten Herzen; Baumdiagramm
Gesucht: Begründung, warum in einem Karton 20 Herzen sind
Begründung:
Dem Baumdiagramm kann man entnehmen, dass $\frac{3}{4}$ der Herzen rot sind. Wenn 15 Herzen rot sind, müssen in dem Karton noch 5 weiße Herzen sein: $\frac{3}{4}$ entspricht 15 Herzen, $\frac{1}{4}$ entspricht demnach 5 Herzen. Somit sind in dem Karton insgesamt 20 Herzen.

Zwei Informationen sind relevant: Die Anzahl der roten Herzen (siehe Aufgabentext) und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde zunächst ein rotes Herz zieht (siehe Baumdiagramm).
Der Zusammenhang lässt sich auch folgendermaßen ausdrücken:

	Anteil	Anzahl	
: 3	$\frac{3}{4}$	15	: 3
	$\frac{1}{4}$	5	