

2025

# Mittlerer Schulabschluss

Original-Prüfungsaufgaben und Training

**MEHR  
ERFAHREN**

Hauptschule Typ B · Gesamtschule EK · Sek II  
Nordrhein-Westfalen

## Mathematik 10. Klasse

- + *Basiswissen mit Übungen*
- + *Hilfsmittelfreie Aufgaben*

**STARK**

# Inhalt

Vorwort

## Hinweise und Tipps











---

1	Hinweise zur Zentralen Prüfung .....	I
2	Tipps zum ersten Prüfungsteil ohne Hilfsmittel .....	IV

Mathematische Formeln

## Training Grundwissen

---

<b>1</b>	<b>Grundlagen des Rechnens</b> .....	<b>3</b>
	Grundbegriffe und Rechenregeln .....	3
	Runden und Überschlagen .....	4
	Rechnen mit Brüchen .....	5
	Rechnen mit Dezimalbrüchen .....	10
	Rationale Zahlen .....	12
	Potenzen .....	14
	Tabellenkalkulation .....	16
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	17
<b>2</b>	<b>Rechnen mit Größen</b> .....	<b>18</b>
	Umrechnungen von Größen .....	18
	Rechnen mit Geschwindigkeiten .....	21
	Maßstab .....	22
	Schätzen .....	24
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	26
<b>3</b>	<b>Gleichungen</b> .....	<b>27</b>
	Rechnen mit Termen .....	27
	Lineare Gleichungen .....	30
	Quadratische Gleichungen .....	34
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	36
<b>4</b>	<b>Funktionaler Zusammenhang</b> .....	<b>37</b>
	Proportionale Zuordnungen  .....	37
	Antiproportionale Zuordnungen  .....	39
	Lineare Funktionen  .....	41
	Lineare Gleichungssysteme .....	45
	Weg-Zeit-Diagramme .....	48
	Quadratische Funktionen  .....	50
	Exponentielle Funktionen  .....	58
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	60
<b>5</b>	<b>Prozent- und Zinsrechnen</b> .....	<b>62</b>
	Prozentrechnen .....	62
	Zinsrechnen .....	66
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	71

Fortsetzung nächste Seite

<b>6</b>	<b>Stochastik</b> .....	<b>72</b>
	Statistische Kennwerte .....	72
	Grafische Darstellungen und Diagramme  .....	76
	Einfacher Zufallsversuch .....	82
	Mehrstufiger Zufallsversuch  .....	84
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	87
<b>7</b>	<b>Geometrie der Ebene</b> .....	<b>88</b>
	Dreiecke .....	88
	Der Satz des Pythagoras  .....	90
	Der Satz des Thales .....	93
	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck .....	94
	Vierecke .....	96
	Kreis .....	101
	Berechnungen an zusammengesetzten Flächen .....	104
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	105
<b>8</b>	<b>Körper</b> .....	<b>106</b>
	Würfel .....	106
	Quader .....	107
	Prisma .....	110
	Zylinder .....	113
	Pyramide .....	115
	Kegel .....	117
	Kugel .....	119
	Berechnungen an zusammengesetzten Körpern .....	120
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i> .....	121

**Original-Prüfungsaufgaben (Mittlerer Schulabschluss)**

Zentrale Prüfung 2019 .....

Wegen des Corona-Virus wurden **2020** die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 durch Prüfungsarbeiten ersetzt, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben abgedruckt werden.

Zentrale Prüfung 2021 .....

Zentrale Prüfung 2022 .....

Zentrale Prüfung 2023 .....

**Zentrale Prüfung 2024** ..... [www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als **PDF** auf der Plattform **MySTARK** heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).



Bei **MySTARK** findest du:

- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu einigen Themen
- **Videos** mit Lösungen zu ausgewählten Prüfungen
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht



Deinen Zugangscode findest du auf der **Innenseite des Umschlags** vorne im Buch.

**Autoren:**

Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

# Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich in Mathematik besonders nachhaltig **bereits ab Klasse 9** auf die **Zentrale Prüfung** zum **mittleren Schulabschluss** an **Hauptschulen (Klasse 10 Typ B)** und an **Gesamtschulen (Erweiterungskurs)** bzw. **Sekundarschulen** vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig, da die Aufgaben auf möglichst breiten Kenntnissen auch aus früheren Jahrgangsstufen aufbauen. Die Prüfungsvorbereitung sollte deshalb eine Gesamtwiederholung darstellen.

- ▶ In diesem Buch beginnen wir daher mit einem ausführlichen **Trainingsteil**, in dem du sowohl den grundlegenden Stoff der früheren Klassen wiederholen als auch die Inhalte der 9. und 10. Jahrgangsstufe festigen kannst.

Die einzelnen Kapitel bieten dir die Möglichkeit, dich auf sämtliche prüfungsrelevante Bereiche intensiv vorzubereiten. In den acht Kapiteln findest du insgesamt über **380 Aufgaben**, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren kannst. Übe am besten parallel zu dem Thema, das ihr gerade im Unterricht behandelt, mit den Aufgaben aus diesem Buch und bereite dich so **frühzeitig** auf die Anforderungen in der Prüfung vor.



Die Aufgaben mit einer Glühbirne sind anspruchsvollere **Anwendungsaufgaben**, für die du mehr Zeit einplanen solltest. Oft musst du zur Lösung dieser Aufgaben nicht nur die Inhalte des aktuellen Kapitels anwenden, sondern auch Stoff, der darüber hinausgeht, beherrschen.

Zu einzelnen Themen gibt es zusätzlich **Lernvideos**. An den entsprechenden Stellen im Buch findest du einen QR-Code, der mit einem Smartphone oder Tablet gescannt werden kann. Eine Zusammenstellung der Videos ist über den QR-Code links abrufbar bzw. unter <http://qrcode.stark-verlag.de/53501ml>. Außerdem kannst du die Videos von der Plattform **MySTARK** herunterladen.



- ▶ Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du dich an die **Original-Prüfungsaufgaben** wagen, die in den letzten Jahren vom Kultusministerium in Nordrhein-Westfalen gestellt wurden. Sie sollen dir einen Eindruck vermitteln, welche Anforderungen dich in der Zentralen Prüfung erwarten. Versuche deshalb, unter echten Prüfungsbedingungen zu arbeiten und jede der Prüfungen in der vorgegebenen Zeit von 130 Minuten zu lösen. Das Buch enthält die **Prüfungen der Jahre 2019 bis 2023**; die **Prüfung 2024** steht dir auf der **Plattform MySTARK** zum Download zur Verfügung. Die Lösungen zu ausgewählten Prüfungen sind in **Videos** ausführlich dargestellt. Du findest die Videos auf **MySTARK**.
- ▶ Zu diesem Buch ist ein separates **Lösungsbuch** (Titelnummer J0530BL) erhältlich. Es enthält **ausführliche Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist, sowie hilfreiche Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Prüfungsaufgaben.
- ▶ Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die Abschlussprüfung 2025 bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu auf der **Plattform MySTARK**. Den Zugangscode findest du auf der Umschlaginnenseite.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet.

Autoren und Verlag wünschen dir viel Erfolg in der Prüfung!





# Hinweise und Tipps

## 1 Hinweise zur Zentralen Prüfung

In Nordrhein-Westfalen kannst du am Ende der 10. Klasse an der Zentralen Prüfung zum Erwerb des Hauptschulabschlusses nach Klasse 10 oder des mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife) teilnehmen. Die Prüfung umfasst je eine schriftliche Arbeit in den Fächern Deutsch, Mathematik und einer Fremdsprache (Englisch oder auf Wunsch des Prüflings eine andere Fremdsprache, die ab Klasse 5 unterrichtet wurde).

Aufbau der  
Prüfung

Im Fach Mathematik besteht die schriftliche Prüfung aus zwei Teilen:

- ▶ Im **ersten Prüfungsteil** werden deine **Basiskompetenzen** in den verschiedenen Themenbereichen geprüft, die du im Laufe der Klassen 5 bis 10 erworben hast. Dieser Teil enthält mehrere, voneinander unabhängige Teilaufgaben zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten, darunter auch Aufgaben mit Auswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben). Zur Bearbeitung des ersten Teils sind **30 Minuten** vorgesehen. **Seit der Prüfung 2023** ist dieser Prüfungsteil **ohne Taschenrechner** und **ohne Formelsammlung** zu bearbeiten.
- ▶ Im **zweiten Prüfungsteil** werden **komplexere Aufgaben** aus allen vier Themengebieten (Arithmetik/Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik) gestellt. Die Aufgaben umfassen jeweils mehrere Teilaufgaben zu einem Kontext und beziehen sich auf den Unterricht in den **Jahrgangsstufen 9 und 10**. Die Aufgaben des zweiten Teils sind im Vergleich zum ersten Teil anspruchsvoller. Du musst hier oft länger nachdenken. Aber lass dich nicht entmutigen, auch wenn die Aufgabe anfangs schwer erscheint. Bleib ruhig und überlege, dann wirst du Zusammenhänge erkennen und auch knifflige Aufgaben lösen können. Der Arbeitszeitanteil umfasst im zweiten Teil **90 Minuten**.
- ▶ Zu den oben genannten Bearbeitungszeiten stehen zusätzlich **10 Minuten Bonuszeit** zur ersten Orientierung zur Verfügung.

Inhalte und  
Kompetenzen

Grundlage für die zentral gestellten Aufgaben der schriftlichen Prüfung sind die Vorgaben des Kernlehrplans. Nachfolgend sind Beispiele von Aufgaben aufgelistet, anhand derer die geforderten Kompetenzen geübt werden können:

Basiskompetenzen	Beispielaufgaben im Buch
▶ Bestimmung von Längen, Flächen und Volumina sowie Winkeln bei Grundfiguren und -körpern	▶ Training: 270–272, 294, 297, 299, 300, 303, 310, 314, 330, 333, 344, 346, 360 ▶ Prüfungsteil 1: 2019: 2; 2021: 3; 2022: 2 (W1); 2023: 2, 6a
▶ Entnahme mathematischer Informationen aus einfachen Texten, Grafiken und Diagrammen	▶ Training: 123, 124, 205–209, 216–218, 242–247, 249–252 ▶ Prüfungsteil 1: 2019: 3a; 2021: 1; 2022: 6 (W1), 5 (W2); 2023: 2
▶ Umgang mit Zahlen und Größen, Techniken des Überschlagens anwenden	▶ Training: 2–4, 14–18, 46–52, 66–68 ▶ Prüfungsteil 1: 2019: 1; 2021: 2; 2022: 1, 4; 2023: 1a, b

- ▶ Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Gleichungssystemen (auch mit Tabellenkalkulation)
  - ▶ Bestimmung von elementaren Wahrscheinlichkeiten
  - ▶ Erkennen einfacher proportionaler und anti-proportionaler Zuordnungen
  - ▶ Nutzen von Tabellenkalkulationen und dynamischer Geometriesoftware zur Erkundung mathematischer Probleme
  - ▶ Wechseln der Darstellung (Situation, Tabelle, Graph, Term) bei funktionalen Zusammenhängen
  - ▶ Erstellen und Vergleichen von Netzen zu vorgegebenen Körpern
  - ▶ Beurteilen mathematischer Aussagen und Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen
- ▶ Training: 42, 73–101, 147–153
  - ▶ Prüfungsteil 1: 2019: 4a, 5; 2021: 4a (W2), 5; 2022: 3 (W1); 2023: 3
  - ▶ Training: 253–258
  - ▶ Training: 112–133
  - ▶ Training: 42, 245, 227
  - ▶ Prüfungsteil 1: 2019: 3; 2021: 5
  - ▶ Training: 112, 113, 116, 123, 125, 135–137, 157, 162–165
  - ▶ Prüfungsteil 1: 2021: 4 (W1)
  - ▶ Training: 331, 335, 342, 346
  - ▶ Training: 137, 139, 157, 200
  - ▶ Prüfungsteil 1: 2021: 4b (W2); 2023: 4, 6b

### Themenspezifische Kompetenzen

### Beispielaufgaben im Buch

#### Arithmetik/Algebra

- ▶ Erläuterung mathematischer Zusammenhänge mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen beim Umgang mit linearen Gleichungen/Gleichungssystemen bzw. quadratischen Gleichungen
  - ▶ Vergleich, Überprüfung und ggf. Verbesserung von vorgegebenen Aufgabenlösungen
  - ▶ Nutzen von elementaren mathematischen Verfahren
- ▶ Training: 94–96, 102–104, 147–156
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 3c, 3f; 2022: 3f, 3g; 2023: 3b, c(2), e(2)
  - ▶ Training: 137, 139, 165, 182, 184
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1c; 2023: 1b, 3f
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1b, 3a–b, 3d–e; 2021: 1b–c, 2e; 2023: 1c, 3a, c(1), d

#### Funktionen

- ▶ Analyse und Bewertung funktionaler Zusammenhänge in authentischen Texten
  - ▶ Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge
  - ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen:
    - Weg-Zeit-Zusammenhänge
    - Wachstumsprozesse
    - Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung
  - ▶ Erkundung funktionaler Zusammenhänge (z. B. mithilfe eines Taschenrechners oder einer Tabellenkalkulation)
- ▶ Training: 145, 146, 155, 156
  - ▶ Training: 136, 137, 140, 162, 168, 182–184
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2021: 2c–d
  - ▶ Training: 145, 146, 157–160, 185, 186–189, 195–224
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 2d–f; 2021: 2a, 2c–d, 2f–g; 2022: 2b, 2e–f, 3a–b; 2023: 2b–f
  - ▶ Training: 224, 287
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2021: 2b

**Geometrie**

- ▶ Bestimmung unbekannter Größen wie z. B. Umfang und Flächeninhalt von Figuren oder Oberfläche und Volumen von Körpern
  - ▶ Training: 295, 304, 307–309, 319–324, 336, 337, 350, 362, 378
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1a, 2a–c; 2021: 1a, 3d–f; 2022: 1c, 2a–d, 3c, 3d; 2023: 1d, e
- ▶ Bestimmung unbekannter Größen mithilfe von Sinus, Cosinus und Tangens oder mit dem Satz des Pythagoras
  - ▶ Training: 277–283, 288–293
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2021: 3a; 2022: 1d
- ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen Architektur und Verpackungen
  - ▶ Training: 332, 338, 339, 341, 348, 358, 367, 377, 379
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1b–c
- ▶ Nutzung verfügbarer Werkzeuge zur Bearbeitung geometrischer Situationen (z. B. Zirkel und Geodreieck)
  - ▶ Training: 284–286, 331, 346, 349, 377
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2021: 3b–c; 2023: 1a

**Stochastik**

- ▶ Analyse von grafischen Darstellungen statistischer Daten und deren Manipulation
  - ▶ Training: 242–252
- ▶ Nutzung von Baumdiagrammen zur Beurteilung von Chancen und Risiken
  - ▶ Training: 259–264
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1e–f; 2021: 1d–f; 2022: 1e–g
- ▶ Simulation von Zufallsexperimenten sowie Auswertung und Darstellung von Daten (z. B. mithilfe einer Tabellenkalkulation)
  - ▶ Training: 253–258
  - ▶ Prüfungsteil 2: 2019: 1d

**Bewertung** Die Bewertung deiner schriftlichen Prüfung erfolgt durch die Vergabe von Punkten. Für formale Richtigkeit werden Zusatzpunkte vergeben. Achte deshalb auf die richtigen Maßeinheiten, zeichne sauber und genau und stelle den Lösungsweg nachvollziehbar dar. Vergiss auch nicht, einen Antwortsatz zu formulieren.

**Hilfsmittel** In Mathematik darfst du in der schriftlichen Prüfung folgende Hilfsmittel verwenden:

- ▶ Zirkel und Geodreieck,
- ▶ **im Prüfungsteil 2** eine handelsübliche Formelsammlung oder die im Bildungsportal bereitgestellte Formelsammlung,
- ▶ **im Prüfungsteil 2** wissenschaftliche Taschenrechner, d. h. alle für die Schule üblichen elektronischen Rechenhilfen.



## 2 Tipps zum ersten Prüfungsteil ohne Hilfsmittel

In der Zentralen Prüfung 2023 war der erste Prüfungsteil zum ersten Mal ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung zu bearbeiten. Die inhaltlichen Anforderungen der Aufgaben blieben jedoch gegenüber den Vorjahren grundsätzlich unverändert.

Bei den Aufgaben der in diesem Buch enthaltenen Original-Prüfungen bis 2022 waren Taschenrechner und Formelsammlung zugelassen; du musst diese Aufgaben also nicht vollständig ohne Hilfsmittel lösen können. Dennoch solltest du das Arbeiten ohne Taschenrechner und Formelsammlung, also insbesondere das Kopfrechnen, üben.

In den Abschnitten *Fit für die Zentrale Prüfung?* am Ende jedes Kapitels findest du Aufgaben zu den Basiskompetenzen, die du ohne Taschenrechner lösen können solltest. Damit kannst du diese neuen Anforderungen in der Prüfungssituation üben.

Darüber hinaus findest du auf den folgenden Seiten Tipps zum Lösen von Aufgaben ohne Hilfsmittel.



### 2.1 Rechentipps und Nutzen von Rechenvorteilen

Folgende Beispiele zeigen dir Rechentipps zum Lösen des Prüfungsteils 1 ohne Hilfsmittel:

1.  $1,19 \text{ €} \cdot 4 = ?$

$$1,19 \text{ €} \approx 1,20 \text{ €}$$

$$1,20 \text{ €} \cdot 4 = 4,80 \text{ €}$$

$$4,80 \text{ €} - 4 \cdot 1 \text{ ct} = 4,76 \text{ €}$$

Runde zuerst die 1,19 € auf und verschaffe dir so einen Rechenvorteil.

Multipliziere die gerundete Zahl und subtrahiere dann vom Ergebnis  $4 \cdot 1 \text{ ct} = 4 \text{ ct}$ .

2.  $2,52 \text{ €} \cdot 7 = ?$

$$2,52 \text{ €} \approx 2,50 \text{ €}$$

$$2,50 \text{ €} \cdot 7 = 17,50 \text{ €}$$

$$17,50 \text{ €} + 7 \cdot 2 \text{ ct} = 17,64 \text{ €}$$

Runde zuerst die 2,52 € ab und verschaffe dir so einen Rechenvorteil.

Multipliziere mit der gerundeten Zahl und addiere dann zum Ergebnis  $7 \cdot 2 \text{ ct} = 14 \text{ ct}$ .

3.  $35,6 + 89 + 13,4 + 31 = ?$

$$\textcircled{1} \quad 35,6 + 13,4 = 49$$

$$\textcircled{2} \quad 89 + 31 = 120$$

$$120 + 49 = 169$$

Prüfe bei der Rechnung zuerst, ob durch die Addition geeigneter Zahlenpaare Rechenvorteile entstehen, um natürliche Zahlen oder Zehnerzahlen zu erhalten.

Addiere dann die Kommazahlen und im Anschluss die natürlichen Zahlen.

Addiere zuletzt die Teilergebnisse.

4.  $\underbrace{-3 - 11} + 8 = ?$

$$-14 \text{ „€“} + 8 \text{ „€“} = -6 \text{ „€“}$$

$$-14 + 8 = -6$$

Rechne bei negativen Zahlen mit „Schulden“:

3 € Schulden und 11 € Schulden ergeben

14 € Schulden; dann gibst du 8 € zurück.

Es bleiben noch 6 € Schulden, also -6.

5.  $(-3) \cdot (+4) = -12$

$$(-4) \cdot (-6) = +24$$

$$(+3) \cdot (-5) = -15$$

$$(+2) \cdot (+7) = +14$$

$$(+18) : (-9) = -2$$

$$(-10) : (+2) = -5$$

$$(-30) : (-10) = +3$$

$$(+8) : (+4) = +2$$

Ermittle **zuerst** das Vorzeichen:

$$\left. \begin{array}{l} - \cdot - = + \\ + \cdot + = + \end{array} \right\} \text{ gleiches Vorzeichen } +$$

$$\left. \begin{array}{l} + \cdot - = - \\ - \cdot + = - \end{array} \right\} \text{ ungleiches Vorzeichen } -$$

$$\left. \begin{array}{l} - : - = + \\ + : + = + \end{array} \right\} \text{ gleiches Vorzeichen } +$$

$$\left. \begin{array}{l} + : - = - \\ - : + = - \end{array} \right\} \text{ ungleiches Vorzeichen } -$$

Berechne dann die Zahlen.



## 4 Funktionaler Zusammenhang

### Proportionale Zuordnungen

**Merke**



**Proportionale Zuordnungen**

Wenn bei einer Zuordnung zwischen zwei Größen gilt:

- das **Doppelte** der einen Größe → das **Doppelte** der anderen Größe
  - das **Dreifache** der einen Größe → das **Dreifache** der anderen Größe
  - das **Vierfache** der einen Größe → das **Vierfache** der anderen Größe
- usw.
- die **Halfte** der einen Größe → die **Halfte** der anderen Größe
  - ein **Drittel** der einen Größe → ein **Drittel** der anderen Größe
  - ein **Viertel** der einen Größe → ein **Viertel** der anderen Größe
- usw.

dann liegt eine **proportionale** Zuordnung vor.

**Beispiel**

Für 12 € bekommt man am Obststand 4,5 kg Apfelsinen.  
Wie viele kg bekommt man für 8 €?

*Lösung:*

	Preis (€)	Menge (kg)	
:12 (	12 €	4,5 kg	):12
·8 (	1 €	0,375 kg	)·8
	8 €	3 kg	

Für 8 € erhält man 3 kg.



**Aufgaben**

**112**

5 kg Kartoffeln kosten 4,50 €. Fülle die Tabelle aus.

Menge (kg)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Preis (€)					4,50					

**113**

Für drei Arbeitsstunden berechnet ein Elektromeister 127,50 €. Fülle die Tabelle aus.

Zeit (h)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Lohn (€)			127,50							

**114**

50 Pflastersteine kosten 75 €.

- a) Wie viel kosten 420 Pflastersteine?
- b) Wie viele Pflastersteine kann man für 1 794 € kaufen?

**115**

Sieben Schokoladenriegel kosten 3,15 €.

Berechne den Preis für fünf Schokoladenriegel der gleichen Sorte.

## Quadratische Funktionen

### Merke

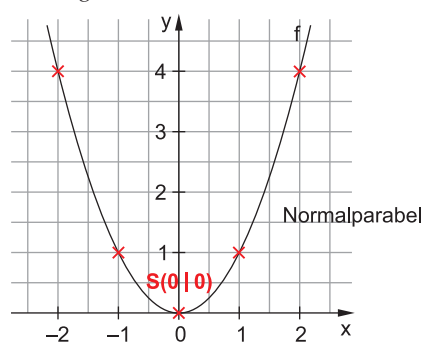
#### Quadratische Funktionen

- Funktionen mit der Funktionsgleichung  $y = ax^2 + bx + c$  heißen (wegen des quadratischen Terms  $ax^2$ ) **quadratische Funktionen**.
- Den (symmetrischen) Graphen einer quadratischen Funktion nennt man **Parabel**.
- Die einfachste Form einer quadratischen Funktion lautet **f:  $y = x^2$** . Der Graph dieser Funktion ist eine **Normalparabel** und hat den **Scheitelpunkt S(0|0)** im Ursprung.

### Beispiel

Zeichne die Parabel der Funktion  $f: y = x^2$ .

Lösung:



Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Die Parabel ist nach oben geöffnet.

### Aufgabe

## 161

Trage folgende Punkte in die Parabel des Beispiels ein.

a)  $P_1(1,5|2,25)$

b)  $P_2(-1,5|2,25)$

### Merke



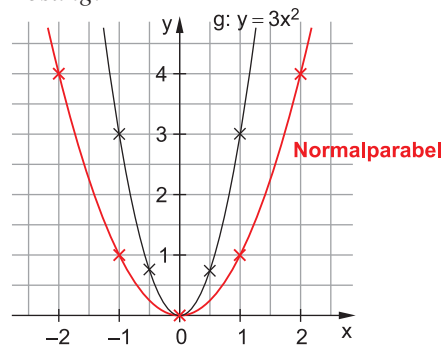
#### Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

- Die Graphen der Funktionen  $f: y = ax^2$  sind Parabeln mit dem Scheitel **S(0|0)**, die durch **Streckung** ( $a > 1$  oder  $a < -1$ ) oder **Stauchung** ( $-1 < a < 1$ ) aus der **Normalparabel** entstehen.
- Für **negative Werte von a** ist die Parabel an der **x-Achse gespiegelt** und somit **nach unten geöffnet**.

### Beispiele

1. Zeichne die gestreckte Parabel der Funktion  $g: y = 3x^2$ .

Lösung:



$a > 1$

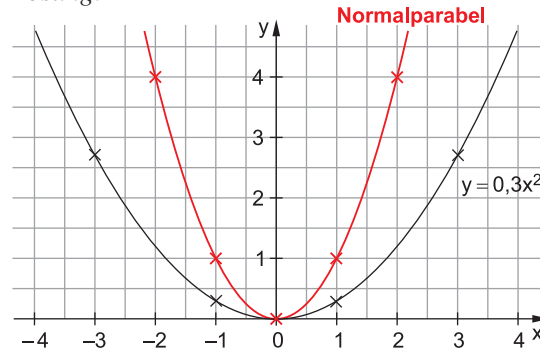
Die Parabel verengt sich.

Wertetabelle:

x	-1	-0,5	0	0,5	1
y	3	0,75	0	0,75	3

2. Zeichne die gestauchte Parabel der Funktion  $h: y=0,3x^2$ .

Lösung:



$a < 1$   
Die Parabel öffnet sich.

Wertetabelle:

x	-3	-1	0	1	3
y	2,7	0,3	0	0,3	2,7

**Aufgaben**  
**162**

a) Entscheide für jede Parabel, ob sie gestreckt, gespiegelt oder gestaucht ist.

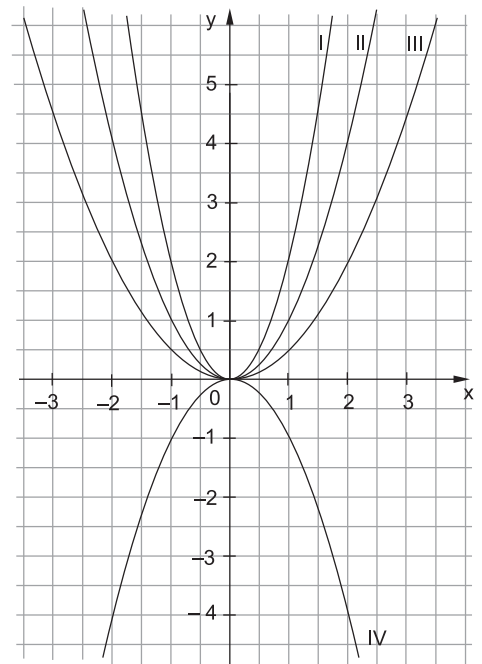
b) Ordne den Funktionsgleichungen jeweils die entsprechende Parabel zu.

- $y=x^2$                         $y=-x^2$   
  $y=2x^2$                         $y=0,5x^2$

c) Zeichne folgende Koordinatenpunkte ein:  
 $A(-1|2)$ ;  $A'(1|2)$ ;  $B(-1,5|4,5)$ ;  $B'(1,5|4,5)$   
 Auf welcher Parabel liegen die Punkte?

d) Berechne jeweils die y-Werte und zeichne die Graphen in das Koordinatensystem ein.

x	-2	-1	0	1	2
$y=-2x^2$					
$y=-0,5x^2$					



**163**

Lege eine Wertetabelle an und zeichne die Graphen der folgenden Funktionen in ein Koordinatensystem.

- a)  $f: y=1,5x^2$                       b)  $g: y=-1,5x^2$   
 c)  $h: y=3x^2$                       d)  $k: y=-3x^2$

**164**

Welchen Wert muss a jeweils annehmen, damit die Punkte auf einer Parabel der Form  $y=ax^2$  liegen?

- a)  $A(-1|2)$                       b)  $B(3|6)$   
 c)  $C(2|-4)$                       d)  $D(3|-13,5)$

**165**

Ordne jeder Funktionsgleichung den richtigen Buchstaben zu.

- $y=0,02x^2$                         $y=-1,75x^2$                         $y=2,5x^2$                         $y=-0,025x^2$
- A** gestreckt, oben offen                      **B** gestaucht, unten offen                      **C** gestreckt, unten offen                      **D** gestaucht, oben offen



## Fit für die Zentrale Prüfung?



190

Löse die beiden linearen Gleichungssysteme.

a) I  $3x + 6y = 18$   
 II  $x - y = 3$

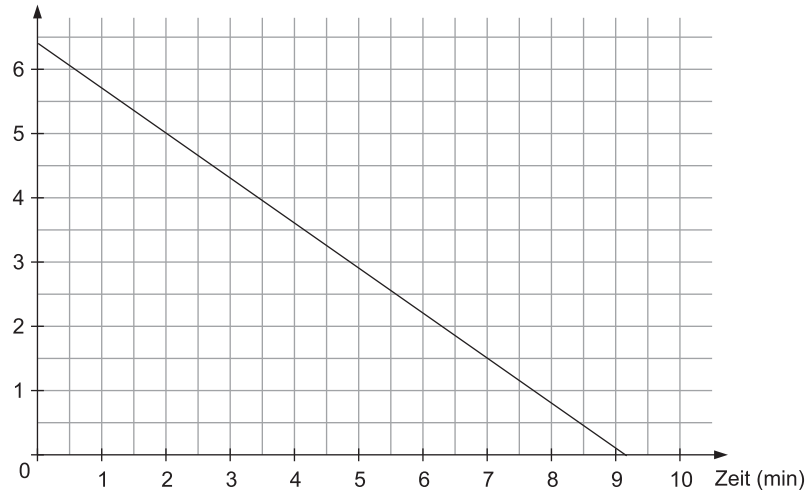
b) I  $10x + 5y = 40$   
 II  $-32x + 16y = 64$



191

Hier siehst du das Schaubild einer 6,4 cm hohen Geburtstagskerze, die sich in einer Minute Brennzeit um 0,7 cm verkürzt.

Höhe (cm)



a) Mit welchem Term kann man die aktuelle Höhe der Kerze berechnen? Kreuze an und erkläre, wofür die Variablen  $x$  und  $y$  stehen.

$y = 6,4 - x$       $y = 6,4 + 0,7 \cdot x$       $y = 0,7 \cdot x$       $y = 6,4 - 0,7 \cdot x$

b) Nach wie vielen Minuten ist die Kerze noch 5 cm hoch?

c) Eine 5 cm hohe Kerze wird pro Minute Brennzeit um 0,5 cm kürzer.

Fülle die Tabelle aus und zeichne den Graphen in das abgebildete Koordinatensystem.

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)						

d) Nach wie vielen Minuten sind beide Kerzen gleich hoch, wenn man sie zeitgleich anzündet? Berechne und überprüfe deine Lösung in der Zeichnung.

192

Bei einem Versuch wird die Vermehrung von Bakterien beobachtet. Nimm an, dass sich die Bakterien jede Stunde um 50 % vermehren. Begonnen wird mit 200 Bakterien.

a) Welche Bedeutung haben die Variablen der Exponentialfunktion  $y = c \cdot a^x$  in diesem Zusammenhang? Erkläre mit den unten stehenden Begriffen.

Anfangswert

Wachstumsfaktor

Anzahl der vergangenen Stunden

Endwert

b) Zeige durch eine Rechnung, dass nach drei Stunden 675 Bakterien vorhanden sind.

c) Lege eine Wertetabelle über einen Zeitraum von fünf Stunden an und stelle die Vermehrung der Bakterien in einem Koordinatensystem dar.

d) Paul behauptet, dass die Population nach acht Stunden auf über 4 000 Bakterien angewachsen ist. Hat Paul recht? Begründe deine Antwort.



**Zentrale Prüfung 2023**  
**NRW – Mathematik**

### Prüfungsteil 1: Aufgaben ohne Hilfsmittel

#### Aufgabe 1

a) Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

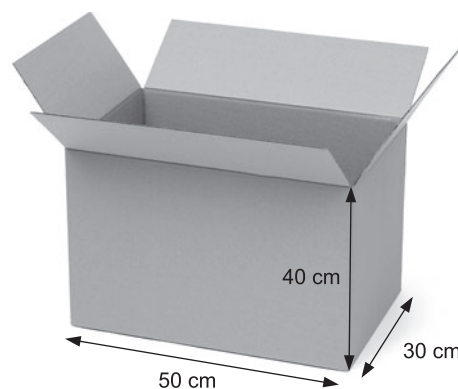
$$-0,45 \quad 0,38 \quad -\frac{2}{5}$$

b) Gib an, zwischen welchen zwei aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen  $\sqrt{20}$  liegt.

#### Aufgabe 2

Berechne das Volumen des abgebildeten Kartons.

Gib das Ergebnis in Litern ( $\ell$ ) an.



© Racool\_studio / www.freepik.com

#### Aufgabe 3

Löse das lineare Gleichungssystem.

Notiere deinen Lösungsweg.

I  $6x - 3y = 15$

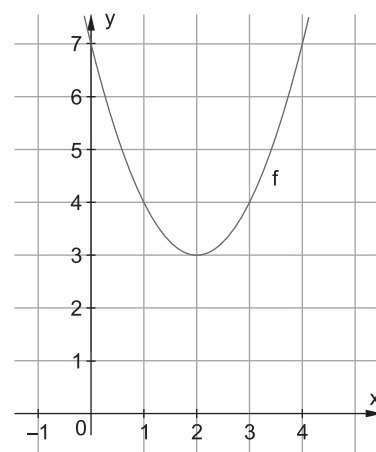
II  $6x - 8y = 10$

#### Aufgabe 4

(1) Kreuze an, welche der angegebenen Funktionsgleichungen zu dem Graphen von  $f$  passt.

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = -(x - 2)^2 + 3$	<input type="checkbox"/>
$f(x) = (x - 2)^2 + 3$	<input type="checkbox"/>

(2) Begründe deine Auswahl.





## Prüfungsteil 2: Aufgaben mit Hilfsmitteln

### Aufgabe 1: Herzlich willkommen

Eine Firma produziert herzförmige Dekoanhänger aus Metall (Abbildung 1). Jedes Herz besteht aus einem Quadrat mit der Kantenlänge 6 cm, an das zwei Halbkreise mit einem Radius von jeweils 3 cm angesetzt sind (Abbildung 2).

- Zeichne ein Herz in Originalgröße in dein Heft.
- Bestätige rechnerisch, dass ein Herz einen Flächeninhalt von ca.  $64,3 \text{ cm}^2$  hat.
- Die Herzen werden aus dünnen Metallblechen hergestellt.  $1 \text{ dm}^2$  des Metallblechs wiegt 117 g. Berechne das Gewicht eines Herzens.



Abbildung 1:  
herzförmiger Dekoanhänger

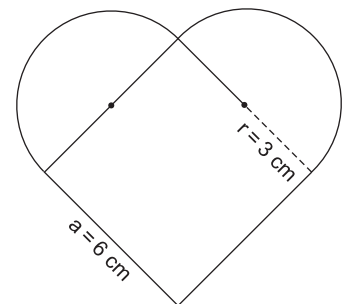


Abbildung 2:  
geometrische Form eines Herzens

Um die Breite  $b$  eines Herzens zu bestimmen, wird eine Skizze angefertigt (Abbildung 3). Hier gilt: Die Strecke  $\overline{AB}$  entspricht der Breite  $b$ .  $\overline{AB}$  geht durch die Mittelpunkte  $M_1$  und  $M_2$  der angesetzten Halbkreise.

- Zeige durch eine Rechnung, dass die Strecke  $\overline{M_1 M_2}$  eine Länge von etwa 4,24 cm hat.
- Berechne die Breite  $b$  eines Herzens.

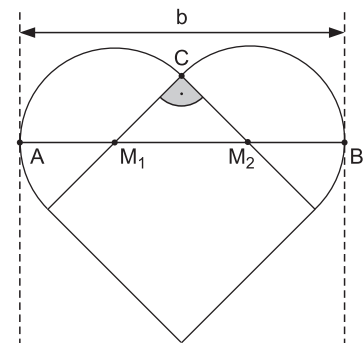


Abbildung 3:  
Skizze zur Berechnung der Breite  $b$

Die Herzen werden in den Farben Rot und Weiß produziert und farblich gemischt in Kartons verpackt. Beim Fabrikverkauf werden die Herzen angeboten. Die Kunden dürfen, ohne hinzusehen, nacheinander zwei Herzen aus dem Karton ziehen. Zu diesem Zufallsversuch gehört das folgende Baumdiagramm (Abbildung 4).

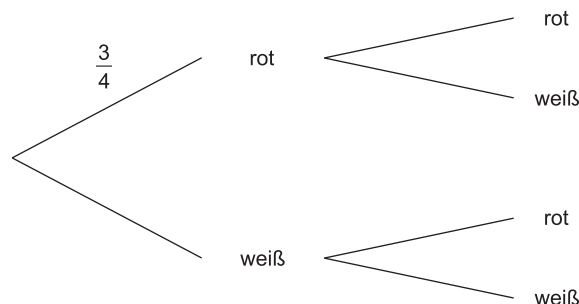


Abbildung 4:  
Baumdiagramm für das Ziehen von zwei Herzen ohne Zurücklegen



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

**STARK**