2025

Realschulabschluss

Original-Prüf

MEHR ERFAHREN

Hessen

Mathematik

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen

1. Grundrechenarten (→ Aufgaben 1–6) 1
2. Brüche (→ Aufgaben 7–14) 1
3. Rationale Zahlen (→ Aufgaben 15–18) 4
4. Potenzen (→ Aufgaben 19–24) 6
5. Proportionalität und Antiproportionalität (→ Aufgaben 25–30) 8
6. Prozentrechnung (→ Aufgaben 31–35) 10
7. Zinsrechnung (→ Aufgaben 36–39) 13
8. Umrechnungen von Größen (→ Aufgaben 40–44) 14
9. Terme vereinfachen (→ Aufgaben 45–50) 15
10. Lösen von Gleichungen (→ Aufgaben 51–53) 18
11. Funktionen (→ Aufgaben 54–58) 21
12. Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall (→ Aufgaben 59–60) 26
13. Ebene Figuren (→ Aufgaben 61–69) 27
14. Körper (→ Aufgaben 70–76) 31
15. Trigonometrie (→ Aufgaben 77–81) 36
16. Ähnlichkeit und Strahlensätze (→ Aufgaben 82–85) 40
17. Wahrscheinlichkeitsrechnung (→ Aufgaben 86–88) 43
18. Statistik (→ Aufgabe 89) 45
19. Diagramme (→ Aufgaben 90–92) 47

Vermischte Übungsaufgaben

Hilfsmittelfreie Aufgaben im Stil der Abschlussprüfung 49
Aufgabenblock P – Pflichtaufgaben 56
Aufgabenblock W – Wahlaufgaben 71

Schriftliche Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2018

Pflichtaufgaben 2018-1
Wahlaufgaben 2018-15

Abschlussprüfung 2019
Pflichtaufgaben 2019-1
Wahlaufgaben 2019-13

Abschlussprüfung 2020
Pflichtaufgaben 2020-1
Wahlaufgaben 2020-19

Abschlussprüfung 2021
Pflichtaufgaben 2021-1
Wahlaufgaben 2021-16

Abschlussprüfung 2022
Pflichtaufgaben 2022-1
Wahlaufgaben 2022-14

Abschlussprüfung 2023
Pflichtaufgaben 2023-1
Wahlaufgaben 2023-15

Abschlussprüfung 2024 .... **www.stark-verlag.de/mystark**
Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Original-Prüfungen und Training Realschulabschluss Mathematik Hessen** (Best.-Nr.: J06100). Es enthält zu allen Aufgaben von unserer Autorin und unserem Autor ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und sieh nicht gleich in der Lösung nach. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die grau markierten **Hinweise und Tipps** vor der jeweiligen Lösung, die dir den Lösungsansatz zeigen. Rechne dann unbedingt selbstständig weiter. Am Schluss solltest du deine Lösung in jedem Fall mit der Lösung in diesem Buch vergleichen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem später nochmals durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du sicher und kannst ruhig die Prüfung beginnen!

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorin und Autor: Simone Studebaker und Siegfried Koch

86. a) Da das Kleeblatt nur auf einer Seitenfläche abgebildet ist, ist die Wahrscheinlichkeit, Kleeblatt zu würfeln $P(\text{Kleeblatt}) = \frac{1}{6}$.

b) Der „rote Kreis“ ist auf zwei Seitenflächen des Würfels zu finden. Daher ist $P(\text{roter Kreis}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

c) $P(\text{grüner Kreis}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Damit ist die Wahrscheinlichkeit, viermal hintereinander „grüner Kreis“ zu würfeln

P(grüner Kreis; grüner Kreis; grüner Kreis; grüner Kreis)

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$.

d) $P(\text{Herz}) = \frac{1}{6}$.

$P(\text{Herz; Herz; Herz; Herz}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{1\,296}$

e) P(genau einmal Herz)

$= P(\{H; nH; nH; nH); (nH; H; nH; nH); (nH; nH; H; nH); (nH; nH; nH; H\})$

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{500}{1\,296} \approx 38{,}6\,\%$

Dabei bedeutet H, dass „Herz“ gewürfelt wurde und nH, dass etwas anderes gewürfelt wurde.

87. a) $P(Z; Z; Z) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$, da $P(Z) = \frac{1}{2}$

b) Ergebnisse, bei denen mindestens einmal Eichenlaub erscheint:

1-Cent-Münze	2-Cent-Münze	5-Cent-Münze
E	E	E
E	E	Z
E	Z	E
Z	E	E
E	Z	Z
Z	E	Z
Z	Z	E

Jedes dieser Ergebnisse hat die Wahrscheinlichkeit $P(E)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.
Die Gesamtwahrscheinlichkeit beträgt also nach der Summenregel

$$P(\text{mindestens einmal Eichenlaub}) = \frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

c) $P((Z;Z;Z);(Z;Z;Z)) = P(Z;Z;Z)\cdot P(Z;Z;Z) = \frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}=\frac{1}{64}$
nach Teilaufgabe a

d) $P(((\underbrace{Z;E;E)}_{\text{1. Wurf}};\underbrace{(E;E;E)}_{\text{2. Wurf}});((E;Z;E);(E;E;E));((E;E;Z);(E;E;E));$

$((E;E;E);(Z;E;E));((E;E;E);(E;Z;E));((E;E;E);(E;E;Z)))$

$$=\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{8}$$

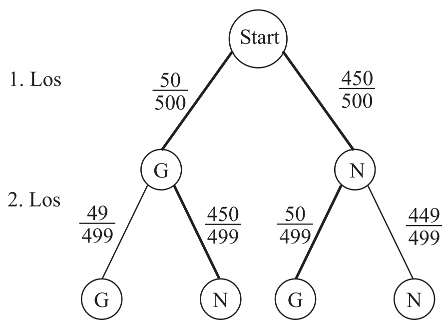
$$=\frac{1}{64}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}$$

$$=\frac{6}{64}=\frac{3}{32}\approx 9{,}4\ \%$$

88. a) $P(\text{Hauptgewinn}) = \frac{1}{500} = 0{,}2\ \%$

b) $P(\text{Gewinnlos ohne Hauptgewinn}) = \frac{49}{500} \approx 9{,}8\ \%$

c) Es bedeuten G Gewinn, N Niete



Falls das erste Los eine Niete ist, verbleiben 499 Lose, davon 50 Gewinnlose und 449 Nieten. In diesem Fall ist die Wahrscheinlichkeit, mit dem zweiten Los ein Gewinnlos zu ziehen, gleich $\frac{50}{499}$; die Wahrscheinlichkeit für eine Niete ist $\frac{449}{499}$.

Ist jedoch das erste Los ein Gewinn, so verbleiben 49 Gewinne und 450 Nieten. Daher ist die Wahrscheinlichkeit, mit dem zweiten Los ein Gewinnlos zu ziehen, gleich $\frac{49}{499}$ und die Wahrscheinlichkeit für eine Niete $\frac{450}{499}$.
Damit ist die Gesamtwahrscheinlichkeit nach den Pfadregeln (die zugehörigen Pfade sind im Baumdiagramm fett)

$$P((G;N);(N;G)) = \frac{50}{500} \cdot \frac{450}{499} + \frac{450}{500} \cdot \frac{50}{499} = \frac{45}{499} + \frac{45}{499} = \frac{90}{499} \approx 18{,}0\ \%$$

d) $$P((G;N);(N;G);(G;G)) = \frac{50}{500} \cdot \frac{450}{499} + \frac{450}{500} \cdot \frac{50}{499} + \frac{50}{500} \cdot \frac{49}{499} =$$
$$= \frac{90}{499} + \frac{49}{4\,990} = \frac{900}{4\,990} + \frac{49}{4\,990} =$$
$$= \frac{949}{4\,990} \approx 19\ \%$$

89. a)

Gericht	Strichliste	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit dezimal	relative Häufigkeit prozentual
Gyros	$\cancel{||||}$ |	6	0,35	35 %
Putengyros	||||	4	0,24	24 %
Zeusteller	$\cancel{||||}$	5	0,29	29 %
Wiener Schnitzel	||	2	0,12	12 %

absolute Häufigkeit: jeweils Anzahl der Striche zählen

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Gesamtzahl}}$$

Gesamtzahl der bestellten Gerichte: 17

Gyros: $h(G) = \frac{6}{17} \approx 0{,}35 = 0{,}35 \cdot 100\ \% = 35\ \%$

Putengyros: $h(P) = \frac{4}{17} \approx 0{,}24 = 0{,}24 \cdot 100\ \% = 24\ \%$

Zeusteller: $h(Z) = \frac{5}{17} \approx 0{,}29 = 0{,}29 \cdot 100\ \% = 29\ \%$

Wiener Schnitzel: $h(WS) = \frac{2}{17} \approx 0{,}12 = 0{,}12 \cdot 100\ \% = 12\ \%$

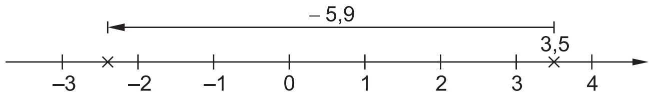
Abschlussprüfung Mathematik Realschulen Hessen
Haupttermin 2023 – Pflichtaufgaben

Pflichtteil 1

Aufgabe P 1

P 1a

Veranschauliche die Rechnung auf dem Zahlenstrahl:
Gehe von der Zahl 3,5 ausgehend um 5,9 nach links und erhalte –2,4.



Lösung: $3{,}5 - 5{,}9 = \mathbf{-2{,}4}$

P 1b

Beim Multiplizieren von Brüchen werden die Zähler miteinander multipliziert und ebenso die Nenner. Multiplikation einer positiven mit einer negativen Zahl hat eine negative Zahl zum Ergebnis.

Lösung: $\frac{2}{9} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 3} = \mathbf{-\frac{8}{27}}$

P 1c

Das Ergebnis soll in Meter angegeben werden. Wandle zuvor die Kilometerangabe in Meter um.
Beachte: 1 km = 1 000 m

Lösung: 3,4 km = 3 400 m
3 400 m – 250 m = **3 150 m**

P 1d

Den Anteil (Bruchteil) einer Größe bestimmt man, indem man die Größe durch den Nenner teilt und diesen Teil mit dem Zähler multipliziert.
Alternativ kann die Lösungsformel angewendet werden.

Lösung: $\frac{2}{5}$ von 800 g

$800\text{ g} \xrightarrow{:5} 160\text{ g} \xrightarrow{\cdot 2} 320\text{ g}$

Entsprechend:

$\frac{2}{5} \cdot 800\text{ g} = \mathbf{320\ g}$

Alternative Lösung mithilfe der Lösungsformel:

geg.: Grundwert G = 800 g; Prozentsatz $p\,\% = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} \mathrel{\hat=} 40\,\%$

ges.: Prozentwert P

$P = G \cdot p\,\%$

$P = \frac{800\text{ g} \cdot 40}{100}$

$P = \mathbf{320\ g}$

Aufgabe P 2

Zähle zunächst alle Dreiecke und dann die grau gefärbten Dreiecke.

Lösung: $\frac{\text{Anzahl gefärbter Dreiecke}}{\text{Anzahl aller Dreiecke}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \mathrel{\hat=} 25\,\%$

Es sind **25 %** grau gefärbt.

Aufgabe P 3

Der Winkelsummensatz besagt, dass die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks immer 180° ergibt. Nebenwinkel an einer Geraden ergänzen sich zu 180°.

Lösung: Mit dem Winkelsummensatz im Dreieck gilt:

$\gamma = 180° - 56° - 42° = \mathbf{82°}$

δ ist Nebenwinkel zum 42°-Winkel, so dass gilt:

$\delta = 180° - 42° = \mathbf{138°}$

Aufgabe P 4

Für den Flächeninhalt eines Dreiecks gilt die Formel:

$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$

Aufgabe W 1

W 1a

- Lässt man die Strecke $\overline{PB}$ außer Acht und fasst den 26°- und 14°-Winkel zu einem Winkel zusammen, so lässt sich der Winkel α_1 als Wechselwinkel auffassen. Dies gilt, da die Grundseite, auf der die Punkte F, A und B liegen, parallel zur Geraden g ist. Wechselwinkel an Parallelen sind gleich groß.
- Alternativ kann man den Winkel α_1 mithilfe des Innenwinkelsummensatzes im Dreieck FAP berechnen. Dazu muss man zunächst den Innenwinkel γ im Punkt P berechnen. Nutze die Eigenschaft, dass die Strecke $\overline{FP}$ senkrecht zur Geraden g ist und somit ein rechter Winkel aus γ und dem 26°- und 14°-Winkel entsteht.

Lösung: Mithilfe des Wechselwinkelsatzes:

$26° + 14° = 40°$

Da $\overline{FB}$ parallel zu g ist ($\overline{FB} \parallel g$), gilt:

α_1 ist ein Wechselwinkel zum 40°-Winkel $\Rightarrow$ $\boldsymbol{\alpha_1 = 40°}$

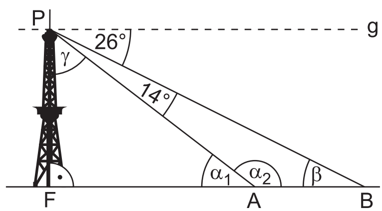
Alternative Lösung mithilfe des Innenwinkelsummensatzes:

Es gilt (s. Skizze):

$\gamma = 90° - 26° - 14° = 50°$

Aufgrund des Innenwinkelsummensatzes im Dreieck FAP gilt:

$\alpha_1 = 180° - 90° - 50° = \mathbf{40°}$



W 1b

- Zur Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FP}$ musst du das allgemeine Dreieck ABP und das rechtwinklige Dreieck FAP betrachten. Benötigt wird die Länge der Strecke $\overline{AP}$, die du durch Anwendung des Sinussatzes im Dreieck ABP ermitteln kannst. Ermittle zunächst die fehlenden Winkel α_2 und β.
- Alternativ kannst du die Länge der Strecke $\overline{FP}$ berechnen, indem du zunächst die Länge der Strecke $\overline{PB}$ im Dreieck ABP mit dem Sinussatz berechnest und anschließend das Dreieck FBP zur Berechnung von $\overline{FP}$ betrachtest.
- Achte beim Endergebnis auf das Runden auf ganze Meter.

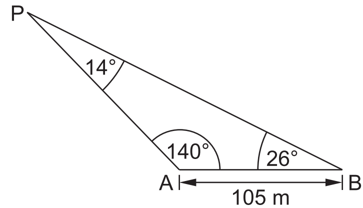
Lösung: Berechnung der fehlenden Winkel:

Berechnung von α_2 über den Nebenwinkel α_1:
$\alpha_2 = 180° - \alpha_1 = 180° - 40° = 140°$
Berechnung von β über den Innenwinkelsummensatz im Dreieck ABP:
$\beta = 180° - 14° - \alpha_2 = 180° - 14° - 140° = 26°$
Alternativ lässt sich β mithilfe des Wechselwinkelsatzes ermitteln:
β ist ein Wechselwinkel zum 26°-Winkel ($\overline{FB} \parallel g$) $\Rightarrow$ $\beta = 26°$

Berechnung der Länge der Strecke $\overline{AP}$ mit dem Sinussatz im Dreieck ABP:

geg.: $\alpha_2 = 140°$; $\beta = 26°$; $\gamma' = 14°$;
$\overline{AB} = 105\text{ m}$

ges.: $\overline{AP}$



$$\frac{\overline{AP}}{\sin 26°} = \frac{\overline{AB}}{\sin 14°} \qquad \Big| \cdot \sin 26°$$

$$\overline{AP} = \frac{105\text{ m} \cdot \sin 26°}{\sin 14°}$$

$$\overline{AP} = 190{,}263\ldots\text{ m}$$

Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FP}$ im rechtwinkligen Dreieck FAP mithilfe der trigonometrischen Funktionen:
Im rechtwinkligen Dreieck gilt: Sinus eines Winkels = $\frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$

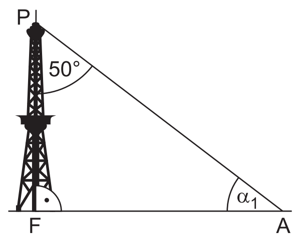
$$\sin \alpha_1 = \frac{\overline{FP}}{\overline{AP}}$$

$$\sin 40° = \frac{\overline{FP}}{190{,}263\ldots\text{ m}} \qquad \Big| \cdot 190{,}263\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} = \sin 40° \cdot 190{,}263\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} = 122{,}299\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} \approx \mathbf{122\text{ m}}$$



Die Strecke $\overline{FP}$ ist 122 m lang.

Alternative Lösungsmöglichkeit über Berechnung der Länge der Strecke $\overline{PB}$:

Berechnung der fehlenden Winkel α_2 und β (siehe oben).

Berechnung der Länge der Strecke $\overline{PB}$ mit dem Sinussatz im Dreieck ABP:

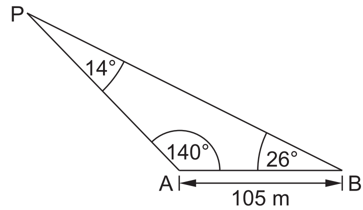
geg.: $\alpha_2 = 140°$; $\beta = 26°$; $\gamma' = 14°$; $\overline{AB} = 105\text{ m}$

ges.: $\overline{PB}$

$$\frac{\overline{PB}}{\sin 140^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 14^\circ} \qquad \Big| \cdot \sin 140^\circ$$

$$\overline{PB} = \frac{105\text{ m} \cdot \sin 140^\circ}{\sin 14^\circ}$$

$$\overline{PB} = 278{,}985\ldots\text{ m}$$



Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FP}$ im rechtwinkligen Dreieck FBP:

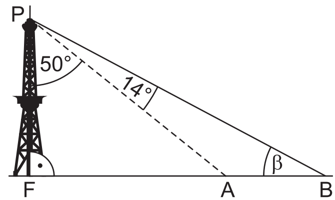
$$\sin\beta = \frac{\overline{FP}}{\overline{PB}}$$

$$\sin 26^\circ = \frac{\overline{FP}}{278{,}985\ldots\text{ m}} \qquad \Big| \cdot 278{,}985\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} = \sin 26^\circ \cdot 278{,}985\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} = 122{,}299\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FP} = \mathbf{122\,m}$$



W 1c

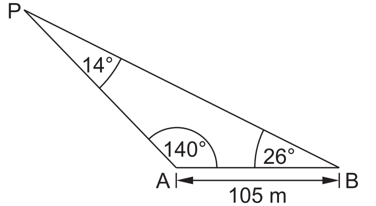
- Der Punkt A soll nun genau mittig zwischen den Punkten F und B liegen. Um die Länge der gesuchten Strecke $\overline{FA}$ ermitteln zu können, musst du die Länge der Strecke $\overline{FB}$ berechnen und diese halbieren. Die Länge der Strecke $\overline{FB}$ ändert sich durch Verschiebung des Punktes A nicht.
- Betrachte zunächst das ursprüngliche Dreieck ABP und berechne mithilfe des Sinussatzes die Länge der Strecke $\overline{PB}$, welche auch bei Verschiebung von A gleich bleibt. Anschließend kannst du den Kosinus im rechtwinkligen Dreieck FBP anwenden, um die Länge der Strecke $\overline{FB}$ zu erhalten.
- Alternativ kannst du zunächst wieder über Betrachtung des Dreiecks ABP die Länge der Strecke $\overline{PB}$ mithilfe des Sinussatzes berechnen. Um die Länge der Strecke $\overline{FB}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck FBP ermitteln zu können, benötigst du noch die Länge der Strecke $\overline{FP}$, die in Teilaufgabe b ermittelt wurde.
- Anstelle des Satzes von Pythagoras kannst du auch den Tangens eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck FBP verwenden, um die Länge der Strecke $\overline{FB}$ und anschließend $\overline{FA}$ ermitteln zu können.
- Achte beim Endergebnis auf das Runden auf eine Nachkommastelle.

Lösung: Berechnung der Länge der Strecke $\overline{PB}$ mit dem Sinussatz im ursprünglichen Dreieck ABP:

geg.: $\alpha_2 = 140°$; $\beta = 26°$; $\gamma' = 14°$; $\overline{AB} = 105\text{ m}$

ges.: $\overline{PB}$

ABP vor der Verschiebung von A:

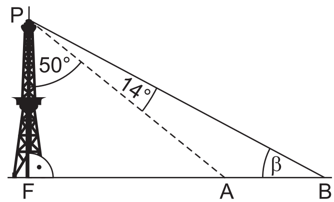


$$\frac{\overline{PB}}{\sin 140°} = \frac{\overline{AB}}{\sin 14°} \qquad \Big| \cdot \sin 140°$$

$$\overline{PB} = \frac{105\text{ m} \cdot \sin 140°}{\sin 14°}$$

$$\overline{PB} = 278{,}985\ldots\text{ m}$$

Berechnung von $\overline{FB}$ mit dem Kosinus im rechtwinkligen Dreieck FBP:



$$\cos\beta = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos 26° = \frac{\overline{FB}}{\overline{PB}} \qquad \Big| \cdot \overline{PB}$$

$$\overline{FB} = \cos 26° \cdot 278{,}985\ldots\text{ m}$$

$$\overline{FB} = 250{,}75\ldots\text{ m}$$

Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FA}$:

$$\overline{FA} = \frac{\overline{FB}}{2} = \frac{250{,}75\ldots\text{ m}}{2} = 125{,}375\ldots\text{ m} \approx \mathbf{125{,}4\text{ m}}$$

Alternative Berechnung von $\overline{FB}$ mithilfe des Satzes von Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck FBP:

Die Länge der Strecke $\overline{FP} = 122{,}299\ldots\text{ m}$ wurde in Teilaufgabe b berechnet.

$$(\overline{FP})^2 + (\overline{FB})^2 = (\overline{PB})^2$$

$$(122{,}299\ldots\text{ m})^2 + (\overline{FB})^2 = (278{,}985\ldots\text{ m})^2 \qquad \Big| -(122{,}299\ldots\text{ m})^2$$

$$(\overline{FB})^2 \approx (278{,}985\text{ m})^2 - (122{,}299\text{ m})^2$$

$$(\overline{FB})^2 = 62\,875{,}58\ldots\text{ m}^2 \qquad \Big| \sqrt{}$$

$$\overline{FB} = 250{,}75\ldots\text{ m}$$

Berechnung der Länge der Strecke $\overline{FA}$:

$$\overline{FA} = \frac{\overline{FB}}{2} = \frac{250{,}75\ldots\text{ m}}{2} = 125{,}375\ldots\text{ m} \approx \mathbf{125{,}4\text{ m}}$$