

2025

Abitur

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Hessen

Mathematik I

- + *Zusätzliche Aufgaben als PDF*
- + *Online-Glossar*



STARK

Inhalt

Vorwort	
Stichwortverzeichnis	

Hinweise und Tipps zum Landesabitur 2025

Ablauf der Prüfung	I
Inhalte und Schwerpunktthemen	III
Leistungsanforderungen und Bewertung	VIII
Operatoren und Anforderungsbereiche	VIII
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	XII

Hilfsmittelfreier Prüfungsteil

Aufgabenserie zum Pflichtteil	Ü-1
Aufgabenserie zum Wahlteil	Ü-4

Landesabitur 2021

A: Hilfsmittelfreier Teil	2021-1
B1: Analysis (WTR): $f_k(t) = 3 \cdot t \cdot e^{-k \cdot t}$	2021-5
B1: Analysis (CAS): $g(t) = -3,673 \cdot t^3 + 135,8 \cdot t^2 - 234,9 \cdot t + 1185$	2021-13
B2: Analysis (WTR): $f_{a;k}(x) = a \cdot x^2 \cdot e^{-k \cdot x}$, $V(x) = 300x - 2000 \cdot \sin(0,1205 \cdot x)$	2021-20
B2: Analysis (CAS): $f_{a;k}(x) = a \cdot x^2 \cdot e^{-k \cdot x}$, $V(x) = 300x - 2000 \cdot \sin(0,1205 \cdot x)$	2021-29
C1: Analytische Geometrie (WTR/CAS)	2021-37
C2.1: Stochastik (WTR/CAS)	2021-47
C2.2: Stochastik (WTR/CAS)	2021-56

Landesabitur 2022

A: Hilfsmittelfreier Teil	2022-1
B1: Analysis (WTR): $f_a(t) = a \cdot t \cdot e^{-0,25 \cdot t}$	2022-4
B1: Analysis (CAS): $v(x) = \frac{250}{1 + 24 \cdot e^{-0,9x}} - 10$	2022-12
B2: Analysis (WTR): $f_b(t) = \frac{1}{100} \cdot (0,5t^2 + 2t) \cdot b \cdot e^{-0,02t}$	2022-22
B2: Analysis (CAS): $f_b(t) = \frac{1}{100} \cdot (0,5t^2 + 2t) \cdot b \cdot e^{-0,02t}$	2022-29
C1.1: Analytische Geometrie (WTR/CAS)	2022-37
C1.2: Analytische Geometrie (WTR/CAS)	2022-47
C2.2: Stochastik (WTR/CAS)	2022-56

Landesabitur 2023

A:	Hilfsmittelfreier Teil	2023-1
B1:	Analysis (WTR/CAS): $f(t) = 12t^3 - 192t^2 + 768t$	2023-6
B2:	Analysis (WTR): $g(t) = \frac{2200}{1 + 43 \cdot e^{-0,04 \cdot \ln(43) \cdot t}}$	2023-14
B2:	Analysis (CAS): $f_a(x) = e^x \cdot (x - a)^2$	2023-21
C1:	Analytische Geometrie (WTR/CAS)	2023-29
C2.1:	Analytische Geometrie (WTR/CAS)	2023-39
C2.2:	Stochastik (WTR/CAS)	2023-46

Landesabitur 2024

Aufgaben www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode auf der Umschlaginnenseite).



Bei **MySTARK** finden Sie:

- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht
- **Übungsaufgaben** im Stil des Landesabiturs

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie auf der Umschlaginnenseite.



Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/

finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.



Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2025 unter:

www.stark-verlag.de/schule/unser-angebot/kurse/online-kurse

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Übungsbuch ist die ideale Hilfe bei der Vorbereitung auf das **Landesabitur 2025 im Fach Mathematik in Hessen**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zum Abitur**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung auf die Abiturklausur hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette Aufstellung der für die Prüfung 2025 relevanten Themen, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben.
- Sie finden darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf das Abitur als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Seit dem Jahr 2024 hat der **Prüfungsteil ohne Hilfsmittel** eine neue Struktur mit Pflicht- und Wahlteil. Zur Vorbereitung finden Sie in diesem Band entsprechende Aufgabenserien, die in Format und Inhalt diesem Teil entsprechen.
- Außerdem enthält dieser Band die offiziellen, vom hessischen Kultusministerium gestellten **Original-Abituraufgaben** der Jahre **2021 bis 2023**. Zudem stehen Ihnen die Aufgaben des Jahres 2024 als PDF zum Download zur Verfügung, sobald sie zur Veröffentlichung freigegeben sind. Zu all diesen Aufgaben sind **vollständige und ausführlich kommentierte Lösungsvorschläge** von unseren Autoren vorhanden. Sie ermöglichen Ihnen, Ihre Lösungen eigenständig zu kontrollieren und die Rechenwege Schritt für Schritt nachzuvollziehen.
- Bei allen Original-Abituraufgaben, bei denen Hilfsmittel erlaubt sind, wurden von unseren Autoren **Hinweise und Tipps** ergänzt, die Ihnen Hilfestellungen für die Lösung der Aufgabe geben. Wenn Sie mit einer solchen Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise die Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung 2025 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter www.stark-verlag.de/mystark.

Die Autoren wünschen Ihnen für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zum Landesabitur 2025

Ablauf der Prüfung

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

In Hessen gibt es im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen. Die Aufgaben werden im Auftrag des hessischen Kultusministeriums von einer Fachkommission erstellt. Die Beurteilung der Lösungen der Schüler/innen wird von zwei Fachlehrkräften durchgeführt. Es kann auch im Abitur 2025 möglich sein, dass die Zweitkorrektur durch Lehrkräfte anderer Schulen erfolgt. Die verbindlichen curricularen Vorgaben (Kerncurriculum Mathematik Hessen), nach denen in den drei ersten Schulhalbjahren der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe unterrichtet wird, bestimmen Inhalte und Anforderungen der Abituraufgaben. Hinzu kommt, dass die Bildungsstandards Mathematik verstärkt in den hessischen Abschlussarbeiten, also auch beim Landesabitur, in den Materialvorgaben und Fragestellungen der Aufgaben berücksichtigt werden.

Aufbau der Prüfungsaufgaben

Das Landesabitur Mathematik in Hessen besteht aus zwei unterschiedlichen Abschnitten im Bereich der schriftlichen Prüfungen.

Prüfungsteil 1: Vorschlag A

Dies ist der „hilfsmittelfreie“ Teil der Prüfung, d. h., die Aufgaben sind ohne Formelsammlung und ohne Taschenrechner zu lösen. Es werden dem Prüfling insgesamt zehn Teilaufgaben vorgelegt: vier Pflichtaufgaben zum Niveau 1 (zwei zum Sachgebiet Analysis und je eine zu den Sachgebieten Lineare Algebra/Analytische Geometrie und Stochastik) und sechs Wahlaufgaben zum Niveau 2 (jeweils zwei Teilaufgaben zu jedem der drei Sachgebiete). Der Prüfling wählt aus den sechs Wahlaufgaben zum Niveau 2 zwei Teilaufgaben aus. Insgesamt sind also sechs Teilaufgaben zu bearbeiten, vier zu Niveau 1 und zwei zu Niveau 2 (Niveau 1 beinhaltet die Anforderungsbereiche I und II und Niveau 2 auch den Anforderungsbereich III, siehe die Seiten VIII bis XI).

Prüfungsteil 2 (mit Hilfsmitteln): Vorschläge B, C und D

Hier müssen insgesamt drei Vorschläge bearbeitet werden. Es werden zwei Vorschläge zum Sachgebiet Analysis (B1 und B2) sowie jeweils ein Vorschlag zum Sachgebiet Lineare Algebra/Analytische Geometrie (C) und zum Sachgebiet Stochastik (D) vorgelegt. Der Prüfling wählt aus den Vorschlägen B1 und B2 einen Vorschlag aus. Die Vorschläge C und D sind Pflichtvorschläge.

Bearbeitungszeit und Ablauf der Prüfung

Die Auswahlzeit ist in die Bearbeitungszeit integriert. Der genaue Zeitpunkt der Auswahl liegt in der Verantwortung der Prüflinge. Die Gesamtbearbeitungszeit beträgt im Leistungskurs 330 Minuten.

Alle Aufgabenvorschläge, sowohl der Aufgabenvorschlag zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil 1 als auch alle Vorschläge zum Prüfungsteil 2 (Prüfungsteil mit Hilfsmitteln), werden bereits zu Beginn der Prüfung ausgeteilt. Der Prüfling entscheidet selbst, wann er Vorschlag A (hilfsmittelfreier Prüfungsteil 1) und seine Bearbeitung von Vorschlag A abgibt. Nach Abgabe von Vorschlag A erhält er die zusätzlichen Hilfsmittel für Prüfungsteil 2. Alle Vorschläge zum Prüfungsteil 2 verbleiben bis zum Ende der Bearbeitungszeit beim Prüfling.

Bewertungseinheiten (BE)

Prüfungsteil 1: Hier werden im Leistungskurs 30 BE vergeben.

Prüfungsteil 2: Hier werden im Leistungskurs 90 BE vergeben, verteilt auf Analysis (40 BE), Lineare Algebra/Analytische Geometrie (25 BE) und Stochastik (25 BE).

Zugelassene Hilfsmittel

Prüfungsteil 1: Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung; Liste der fachspezifischen Operatoren

Prüfungsteil 2: Außer den Hilfsmitteln in Prüfungsteil 1 ist ein wissenschaftlich-technischer Taschenrechner (WTR) oder ein Rechner bzw. PC mit CAS-Technologie zugelassen. Hinzu kommt die im Unterricht verwendete Formelsammlung (Tafelwerk eines Schulbuchverlages). Nicht zugelassen sind schulinterne Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika.

Zur Bearbeitung der Aufgaben bekommen Sie Reinschrift- und Konzeptpapier von Ihrer Schule (versehen mit dem Stempel Ihrer Schule) zur Verfügung gestellt. Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf diesem Papier angefertigt werden, das nach Beendigung der Bearbeitungszeit wieder komplett abgegeben werden muss.

Rechnertechnologie

Zu Beginn der Jahrgangsstufe 12 geht es um die Wahl der zu verwendenden Rechnertechnologie, also:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner WTR
- Taschenrechner mit einem Computeralgebrasystem CAS

Diese Entscheidung treffen die jeweiligen Schüler/innen eines Kurses in Abstimmung mit ihrem/ihrer Kurslehrer/in. In der Abiturprüfung werden dem Kurs nur die entsprechenden Aufgabenvorschläge vorgelegt.

Taschenrechner der Kategorie WTR müssen über erweiterte Funktionalitäten zur numerischen Berechnung

- der Lösungen von Polynomgleichungen bis dritten Grades,
- der (näherungsweise) Lösung von Gleichungen,
- der Lösung eindeutig lösbarer linearer Gleichungssysteme mit bis zu drei Unbekannten,
- der Ableitung an einer Stelle,
- von bestimmten Integralen,
- von Gleichungen von Regressionsgeraden,
- von 2×2 - und 3×3 -Matrizen (Produkt, Inverse),
- von Mittelwert und Standardabweichung bei statistischen Verteilungen,
- von Werten der Binomial- und Normalverteilung (auch inverse Fragestellung) verfügen.

Darüber hinaus müssen Taschenrechner der Kategorie WTR über Funktionalitäten zur (numerischen) Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (Binomialverteilung und Standardnormalverteilung) verfügen.

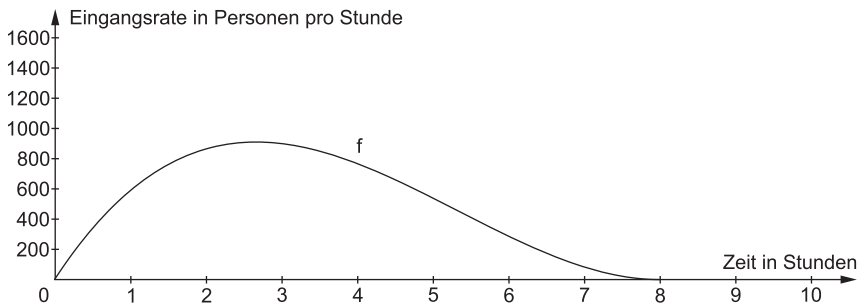
**Hessen – Leistungskurs Mathematik
2023 – B1: Analysis (WTR/CAS)**

Ein Freizeitpark öffnet an einem bestimmten Tag für seine Besucher um 9:00 Uhr und schließt um 19:00 Uhr, wobei der letzte Einlass um 17:00 Uhr erfolgt. Eingang und Ausgang erfolgen voneinander getrennt an unterschiedlichen Seiten des Parks.

- 1 Die Eingangsrate (in Personen pro Stunde) beim Betreten des Parks lässt sich in sehr guter Näherung durch die Funktion f mit $f(t) = 12t^3 - 192t^2 + 768t$ und $0 \leq t \leq 8$ modellieren, wobei t die Zeit in Stunden nach Öffnung des Parks angibt. Der Graph von f ist in der Abbildung in Material 1 dargestellt.
 - 1.1 Berechnen Sie die Anzahl der Besucher, die gemäß der Modellierung mit der Funktion f an diesem Tag den Park betreten.
[zur Kontrolle: Die Anzahl der Besucher beträgt 4096.] **(3 BE)**
 - 1.2 Bestimmen Sie unter Angabe der Ableitungsfunktion f' die Uhrzeit (in Stunden und Minuten), zu der die Eingangsrate maximal ist.
Prüfen Sie, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist: „Im Zeitraum von 9 Uhr bis 17 Uhr ist die maximale Eingangsrate um mehr als 75 % größer als die durchschnittliche Eingangsrate.“ **(9 BE)**
 - 1.3 Damit es keine Wartezeiten am Eingang gibt, muss zu den Zeiten, an denen die Eingangsrate mindestens 10 Personen pro Minute beträgt, ein zusätzlicher Mitarbeiter zur Verfügung stehen.
Prüfen Sie, ob es ausreichend ist, den zusätzlichen Mitarbeiter im Zeitraum von 10:00 Uhr bis 14:00 Uhr einzubestellen. **(3 BE)**
- 2 Die Ausgangsrate (in Personen pro Stunde) beim Verlassen des Parks lässt sich für $0 \leq t \leq 10$ in sehr guter Näherung durch die Funktion g modellieren, deren Graph in Material 2 dargestellt ist. Dabei gibt t wie in Aufgabe 1 die Zeit in Stunden nach Öffnung des Parks an. Die Funktion g gehört zur Funktionenschar g_k mit $g_k(t) = k \cdot (10t - t^2) \cdot e^t$, wobei $k > 0$ ist.
 - 2.1 Beschreiben Sie ohne Verwendung einer Rechnung den Einfluss des Parameters k auf den Verlauf der Graphen von g_k sowie auf die Lage der Schnittpunkte mit der t -Achse, der Extrempunkte und der Wendepunkte der Graphen. **(3 BE)**
 - 2.2 g_k besitzt die Nullstellen $t_1 = 0$ und $t_2 = 10$. Begründen Sie anhand des Funktionsterms ohne Rechnung, dass g_k nicht mehr als diese zwei Nullstellen haben kann. **(2 BE)**
 - 2.3 Berechnen Sie die erste Ableitung der Funktionenschar g_k und zeigen Sie, dass für die zweite Ableitung gilt: $g_k''(t) = k \cdot (18 + 6t - t^2) \cdot e^t$ **(4 BE)**
 - 2.4 Berechnen Sie die Wendestelle von g_k im Intervall $0 \leq t \leq 10$, wobei die Untersuchung der notwendigen Bedingung genügt.
Beschreiben Sie die Bedeutung dieser Wendestelle im Sachzusammenhang. **(5 BE)**
 - 2.5 Berechnen Sie mithilfe eines geeigneten Formansatzes eine Stammfunktionenschar G_k von g_k .
[zur Kontrolle: $G_k(t) = k \cdot (-t^2 + 12t - 12) \cdot e^t$] **(7 BE)**

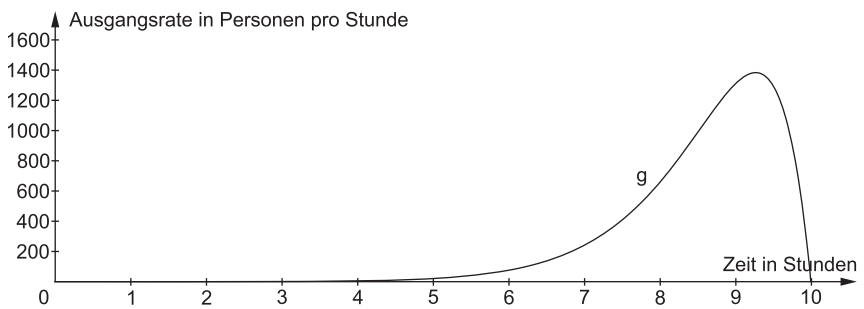
Material 1

Eingangsrate beim Betreten des Freizeitparks



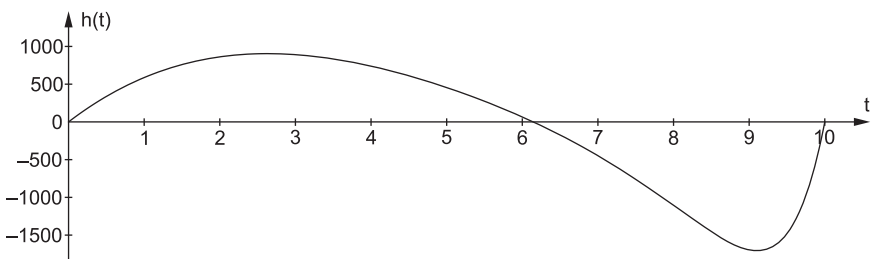
Material 2

Ausgangsrate beim Verlassen des Freizeitparks



Material 3

Graph der Funktion h



Hinweise und Tipps

Teilaufgabe 1.1

- Die Änderungsrate gibt die Besucherzahl pro Zeiteinheit an. Welche mathematische Operation führt dann zur Besucherzahl?
- Denken Sie an den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegtem Weg.

Teilaufgabe 1.2

- Es soll ein Extremwert bestimmt werden.
- Benutzen Sie Ihren WTR bzw. Ihr CAS und vergessen Sie nicht, die Ableitungsfunktion auch anzugeben.
- Benutzen Sie die Gesamtbesucherzahl, die zur Kontrolle in Teilaufgabe 1.1 angegeben ist.

Teilaufgabe 1.3

- Bestimmen Sie die Zeitpunkte, an denen die Eingangsrate 600 Besucher pro Stunde beträgt.
- Für die endgültige Aussage können Sie die gegebene Grafik nutzen.
- Laut Operator können Sie auch durch Probieren zur Lösung gelangen.

Teilaufgabe 2.1

- Argumentieren Sie mit dem Begriff der „Streckung“.
- Sind Nullstellen und Extremwerte von k abhängig?

Teilaufgabe 2.2

- Von welchem der drei Terme in der Funktionsgleichung hängen die Nullstellen ab?
- Wie viele Nullstellen kann eine ganzrationale Funktion n -ten Grades höchstens haben?

Teilaufgabe 2.3

- Benutzen Sie die Produktregel der Differenzialrechnung.

Teilaufgabe 2.4

- Was ist die notwendige Bedingung für eine Wendestelle?
- Die 1. Ableitung beschreibt die Änderung der Ausgangsrate. Was bedeutet ein Extremwert dieser Änderung?

Teilaufgabe 2.5

- Legen Sie als Formansatz die gleiche Struktur zugrunde wie für g_k .
- Was erhalten Sie, wenn Sie G_k ableiten?
- Vergleichen Sie die Terme von G'_k und g_k .

Teilaufgabe 2.6

- Wer hineingeht, muss auch herauskommen.
- Integrieren Sie und Lösen Sie die entstehende Gleichung nach k auf.

Teilaufgabe 2.7

- Schauen Sie sich die Flächen unter der Kurve von $g(t)$ an.
- Verlassen viele Besucher den Park während der ersten Stunde?

Lösung

- 1.1 Da $f(t)$ die Änderungsrate der Besucherzahl angibt, erhält man die Gesamtbesucherzahl durch Integration über die 8 Stunden der Öffnungsdauer:

$$\int_0^8 f(t) dt = \int_0^8 (12t^3 - 192t^2 + 768t) dt = \left[3 \cdot t^4 - 64 \cdot t^3 + 384 \cdot t^2 \right]_0^8 \\ = 3 \cdot 8^4 - 64 \cdot 8^3 + 384 \cdot 8^2 - 0 = 4096$$

Die Anzahl der Besucher beträgt 4096.

- 1.2 Es ist: $f'(t) = 36t^2 - 384t + 768$

Man bestimme die Nullstellen der 1. Ableitung. Aus $36t^2 - 384t + 768 = 0$ erhält man mittels WTR bzw. CAS als Lösungen:

$$t_1 = \frac{8}{3} \quad \text{und} \quad t_2 = 8$$

```
solve(36*t^2-384*t+768=0, t)
{t=8, t=8/3}
```

Da keine Berechnung durchgeführt werden muss und man deswegen keine 2. Ableitung benötigt, kann man sich an der vorgegebenen Grafik orientieren. Man sieht, dass die Eingangsrate an der Stelle $t_1 = \frac{8}{3}$ maximal ist. Das entspricht 2 Stunden und 40 Minuten.

Damit ist die Eingangsrate um 11:40 Uhr maximal.

Die durchschnittliche Eingangsrate erhält man bei Division der Gesamtbesucherzahl (4096) durch die Anzahl der Öffnungsstunden (8):

$$\frac{4096}{8} = 512$$

Die maximale Eingangsrate beträgt dagegen:

$$f\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{8192}{9} \approx 910,2$$

Wegen

$$\frac{910,2}{512} \approx 1,78$$

ist die maximale Eingangsrate also um ca. 78 % größer als die durchschnittliche. Die Aussage ist dementsprechend wahr.

- 1.3 Da die Rate mittels der Funktion f in Personen pro Stunde angegeben wird, muss man die Besucherzahl von 10 pro Minute umrechnen. Man erhält 600 Besucher pro Stunde.

Mithilfe der Gleichung $12t^3 - 192t^2 + 768t = 600$ können jetzt die Zeitpunkte errechnet werden, an denen die Besucherzahl 600 pro Stunde beträgt. Als Ergebnis erhält man die Lösungen:

$$t_1 \approx 1,03 \text{ Stunden} \quad \text{und} \quad t_2 \approx 4,76 \text{ Stunden}$$

```
solve(12*t^3-192*t^2+768*t=600, t)
{t=1.028880544, t=4.758455409, t=10.21266405}
```

Die Grafik in Material 1 zeigt, dass nur zwischen diesen beiden Zeiten die Besucherzahl mindestens 600 Besucher pro Stunde beträgt. Es reicht also aus, einen zusätzlichen Mitarbeiter zwischen 10 Uhr und 14 Uhr hinzuzuziehen.

Man gelangt schneller zur richtigen Lösung, wenn man die Eingangsraten um 10 Uhr und um 14 Uhr bestimmt ($f(1)$ und $f(5)$) und feststellt, dass beide kleiner als 600 Personen pro Stunde sind.

- 2.1 Der Parameter k hat nur Einfluss auf die y -Werte, also die Zahl der Besucher, die den Park pro Stunde verlassen. Je größer k , desto größer die Zahl der Besucher, die den Park in jeder Stunde verlassen. Es handelt sich beim Einfluss auf den Graphen um eine Streckung in y -Richtung.

Der Parameter k hat keinen Einfluss auf die Schnittpunkte mit der t -Achse, die Extremstellen oder die Wendestellen. Die y -Koordinaten der Wendepunkte und der Extrempunkte werden dagegen mit dem Faktor k gestreckt.

- 2.2 Wegen $k > 0$ und da der Term e^t nicht null werden kann, verbleiben nur die Lösungen der Gleichung $10t - t^2 = 0$ für mögliche Nullstellen. Da diese Gleichung quadratisch ist, kann es nur maximal zwei Nullstellen geben.

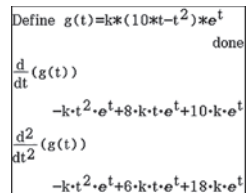
- 2.3 Mittels der Produktregel erhält man für die erste Ableitung:

$$g'_k(t) = k \cdot ((10 - 2t) \cdot e^t + (10t - t^2) \cdot e^t) = k \cdot (-t^2 + 8t + 10) \cdot e^t$$

Die zweite Ableitung erhält man mit dem gleichen Verfahren:

$$g''_k(t) = k \cdot ((-2t + 8) \cdot e^t + (-t^2 + 8t + 10) \cdot e^t) = k \cdot (-t^2 + 6t + 18) \cdot e^t$$

Hat man ein CAS zur Verfügung, kann man den Term der 1. Ableitung damit kontrollieren und den der 2. Ableitung damit herleiten.



```

Define g(t)=k*(10*t-t^2)*e^t
done
d/dt (g(t))
-k*t^2*e^t+8*k*t*e^t+10*k*e^t
d^2/dt^2 (g(t))
-k*t^2*e^t+6*k*t*e^t+18*k*e^t
  
```

- 2.4 Für die Wendestelle muss $g''_k(t) = 0$ gelten. Daraus folgt:

$$k \cdot (18 + 6t - t^2) \cdot e^t = 0 \Rightarrow t^2 - 6t - 18 = 0$$

Als Lösungen erhält man:

$$t_{1;2} = 3 \pm \sqrt{9+18} = 3 \pm \sqrt{27} \Rightarrow t_1 \approx 8,2; t_2 \approx -2,2$$

Der negative Wert liegt außerhalb des zu betrachtenden Intervalls.

Die Wendestelle t_1 beschreibt den Zeitpunkt der stärksten Zunahme der Ausgangsrate. Diese Zunahme ist nach etwa 8 Stunden und 12 Minuten am größten.

- 2.5 Die Ableitungen der Funktionenschar g_k legen nahe, dass auch eine Stammfunktionenschar G_k die gleiche Formelstruktur besitzt, wobei $G'_k = g_k$ sein muss. Das führt zu folgendem Formansatz:

$$G_k(t) = k \cdot (a \cdot t^2 + b \cdot t + c) \cdot e^t$$

Man leitet ab und vergleicht die Einzeltermen mit einem Koeffizientenvergleich:

$$\begin{aligned} G'_k(t) &= k \cdot ((2a \cdot t + b) \cdot e^t + (a \cdot t^2 + b \cdot t + c) \cdot e^t) \\ &= k \cdot (a \cdot t^2 + (2a + b) \cdot t + b + c) \cdot e^t \end{aligned}$$

Da $G'_k(t) = g_k(t)$ sein muss, gilt:

$$k \cdot (a \cdot t^2 + (2a + b) \cdot t + b + c) \cdot e^t = k \cdot (-t^2 + 10t) \cdot e^t$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK