2025

Abitur

Original-Prüfu
mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Gymnasium Baden-Wü

Mathematik L

+ *Offizielle Musteraufgaben*
+ *Aufgaben im Stil der Prüfung*

PDF

STARK

Inhaltsverzeichnis

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

Übungsaufgabensatz 2 im Stil der Prüfung

Offizielle Beispielaufgabe für 2024

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode siehe Umschlaginnenseite).

Bei **MySTARK** finden Sie:
- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil A, teilweise mit Veranschaulichung durch **Videos**
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht
- Weiteres Übungsmaterial

Den Zugangscode zu MySTARK finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Im Interaktiven Training und unter
www.stark-verlag.de
finden Sie ein kostenloses **Glossar** zum Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mit hilfreichen Abbildungen und Erläuterungen.

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2025 unter:
www.stark-verlag.de

Autoren

Volker Stemberg, Winfried König
(Hinweise und Tipps zur Abiturprüfung, Übungsaufgabensätze, Lösungen der Beispielaufgabe sowie der Prüfungen 2022 und 2023)
Dr. Raimund Ordowski (Hinweise zum WTR, Übungsaufgabensätze)

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

Das Abitur 2025

Die Einführung des fünfstündigen Leistungsfaches Mathematik im Abiturjahrgang 2021 hatte weitreichende Änderungen in der schriftlichen Abiturprüfung zur Folge. Im Abiturjahrgang 2023 kamen weitere Inhalte neu dazu, andere waren hingegen nicht mehr relevant für die Prüfung (s. u.). Auch für das Jahr 2024 standen Änderungen an. Für Sie am wichtigsten: Erstmals wählten auch Schülerinnen und Schüler Aufgaben aus (siehe „Teil A“); ferner gab es kleinere Anpassungen bei den Inhalten. Aus diesem Grund finden Sie in diesem Buch u. a. zwei vollständige Übungsmustersätze im Stil der Abiturprüfung, die die neuen Formate, Herausforderungen und Inhalte präzise abbilden. Für Sie wird sich im Abitur 2025 im Vergleich zum Abitur 2024 nichts verändern.

Dennoch bleiben zahlreiche frühere Abituraufgaben sowie vom Kultusministerium veröffentlichte Aufgaben zur Vorbereitung als Übungsmaterial weiterhin gut geeignet.

Die Jahrgänge 2022 und 2023 finden Sie neben den erwähnten zwei Übungsmustersätzen und den offiziellen Beispielaufgaben für das Abitur 2024 mit gewohnt ausführlichen Lösungen in diesem Buch; die Abiturprüfung 2024 steht Ihnen – selbstverständlich ebenfalls inklusive ausführlicher Lösungen – auf der Plattform MySTARK zum Download zur Verfügung. Dort finden Sie außerdem weiteres offizielles Übungsmaterial mit ausführlichen Lösungen für die Inhalte der Abiturprüfung ab 2023.

Die Aufgaben der schriftlichen Abiturprüfung Mathematik

Grundlage für das Abitur ist seit dem Jahr 2023 der Bildungsplan 2016 für das achtjährige Gymnasium. Die schriftliche Prüfung in Mathematik erstreckt sich über die Gebiete Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik. Die Liste auf der nächsten Seite zeigt die Inhalte, die erst seit der Einführung des Leistungsfaches 2021, seit 2023 bzw. ab 2024 Gegenstand der Abiturprüfung sein können.

Analysis:
- einfache allgemeine Exponentialfunktionen (ab 2024)
- Wurzelfunktion (seit 2023)
- Logarithmusfunktion (seit 2023)
- Umkehrfunktion (seit 2023)
- Volumen von Rotationskörpern auch mithilfe der Integralrechnung

Analytische Geometrie:
- Vektorprodukt (seit 2023)
- Abstand windschiefer Geraden

Stochastik:
- bei diskreten Zufallsgrößen und bei der Binomialverteilung neben Erwartungswert und Standardabweichung auch die Varianz (ab 2024)
- elementare Kombinatorik (seit 2023)
- Vierfeldertafeln (seit 2023)
- bedingte Wahrscheinlichkeit (seit 2023)
- stochastische Unabhängigkeit (seit 2023)
- Standardabweichung der Binomialverteilung
- ein- und zweiseitige Tests mithilfe der Binomialverteilung, Fehler 1. und 2. Art
- Normalverteilung (Dichtefunktion, Erwartungswert, Standardabweichung, Glockenkurve)

Sie erkennen auf einen Blick, dass in der Stochastik die meisten Änderungen vorgenommen wurden.

Nicht Gegenstand der schriftlichen Prüfung sind:
- Folgen
- Wachstumsprozesse
- Differenzialgleichungen
- Ortslinien (Wegfall ab 2023)
- Beweise mithilfe von Vektoren (Wegfall ab 2023)
- allgemeine stetige Verteilungen (Wegfall ab 2023)
- Flächenberechnung unbegrenzter Flächen, uneigentliche Integrale (Wegfall ab 2024)

Die schriftliche Prüfung ist ab 2024 in einen **Teil A (ohne Hilfsmittel)** und einen **Teil B (mit Hilfsmitteln)** unterteilt. Auch in Baden-Württemberg werden nun sogenannte Bewertungseinheiten (BE) verwendet; zwei BE entsprechen einem (früher üblichen) Verrechnungspunkt (VP).

Teil A (ohne Hilfsmittel)

In der Abiturprüfung 2025 umfasst der **hilfsmittelfreie Teil A** (früher Pflichtteil) 30 Bewertungseinheiten, also ein Viertel der Gesamtprüfung. Es werden darin Grundkompetenzen in Form von kleineren Aufgaben abgeprüft. Seit 2024 ist der Teil A unterteilt in **vier Pflichtaufgaben** und **sechs Wahlaufgaben**, von denen Sie **zwei Aufgaben auswählen**. Insgesamt sind im Teil A also **sechs Aufgaben mit jeweils 5 BE** zu bearbeiten.

Die seit 2024 vorliegende Struktur wird in folgendem Schema dargestellt:

	Pflichtaufgaben (20 BE)		**Wahlaufgaben (10 BE)**	
	vier elementare Aufgaben (ohne AB III); keine Auswahlmöglichkeit		sechs komplexere Aufgaben (mit AB III); Prüfling wählt zwei beliebige Aufgaben aus	
Analysis	P 1, P 2	je 5 BE	W 1, W 2	je 5 BE
Geometrie	P 3	5 BE	W 3, W 4	je 5 BE
Stochastik	P 4	5 BE	W 5, W 6	je 5 BE

Beispielsweise ist es also möglich, dass Sie insgesamt vier Analysis-Aufgaben (P 1, P 2, W 1, W 2) bearbeiten oder auch insgesamt drei Stochastik-Aufgaben (P 4, W 5, W 6). Wie dargestellt, enthalten die Aufgaben aus dem Block „Wahlaufgaben“ auch komplexere Aufgaben (mit dem höchsten Anforderungsbereich III), die Aufgaben aus dem Block „Pflichtaufgaben“ nicht.

Für den Teil A sind **keinerlei Hilfsmittel** zugelassen.

Die Bearbeitung zum Teil A muss **nach spätestens 100 Minuten** abgegeben werden!

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Der **Teil B** (früher Wahlteil) umfasst seit 2023 drei Viertel der Gesamtprüfung. Auf die Analysis entfallen 40 BE, auf Geometrie und Stochastik je 25 BE. Grundsätzlich beinhaltet Teil B größere Aufgaben zu den drei Teilgebieten mit zusammenhängenden Fragestellungen, wobei verstärkt Transfer, Modellieren von realen Situationen und Entwickeln von Lösungsstrategien gefragt sind.

Für den Teil B sind als **Hilfsmittel** – neben einem Nachschlagewerk zur deutschen Rechtschreibung – das **Dokument mit mathematischen Formeln** (im Folgenden als Formeldokument bezeichnet) des Instituts für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) sowie ein wissenschaftlicher Taschenrechner (**WTR**) ohne Handbuch oder Anleitung zugelassen.

Baden-Württemberg ▪ Leistungsfach Mathematik

Übungsaufgabensatz 1 im Stil der Prüfung

Teil A

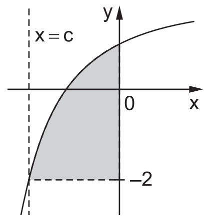
Pflichtaufgaben

BE

Bearbeiten Sie **alle** Aufgaben P 1 bis P 4.

P 1 Abgebildet ist der Graph der Funktion f mit:

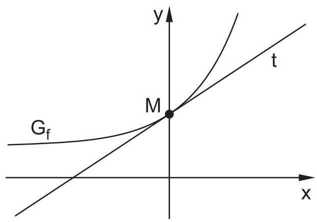
$$f(x) = -\frac{4}{(x+2)^2} + 2;\ \ x > -2$$



a Begründen Sie, dass c den Wert –1 hat. 2

b Berechnen Sie den Inhalt der markierten Fläche. 3

P 2 Für ein $k > 0$ ist die Funktion f mit $f(x) = 1 + e^{k \cdot x}$ gegeben.
Der Graph G_f schneidet die y-Achse im Punkt M.
Die Abbildung zeigt G_f sowie die Tangente t an G_f im Punkt M.



a Weisen Sie nach, dass die Tangente t die Gleichung $y = kx + 2$ hat. 2

b Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein Dreieck mit dem Flächeninhalt $\frac{k}{8}$ ein. Bestimmen Sie den Wert von k. 3

P 3 Gegeben sind die Punkte $A(1\,|\,4\,|\,3)$ und $B(1\,|\,4\,|\,-2)$ sowie die Ebene E: $x_2 = 4$ und die Gerade k: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ $(r \in \mathbb{R})$.

a Begründen Sie, dass die Ebene E orthogonal zur Geraden k ist und den Punkt A enthält. 2

b Der Punkt C liegt auf der Geraden k und das Dreieck ABC hat den Flächeninhalt 15.
Bestimmen Sie alle möglichen Koordinaten von C. 3

TIPP Lösungshinweise zu Teil A

Aufgabe P 1

Teilaufgabe a

Welche Gerade schneidet der Graph von f bei $x = c$ in der Abbildung?

Was muss damit für f(c) gelten?

Beachten Sie, wie viele Schnittpunkte es im sichtbaren Bereich gibt.

Teilaufgabe b

Wodurch ist die markierte Fläche begrenzt?

Wie berechnet man den Inhalt einer Fläche, die zwischen zwei Graphen liegt?

Ist die Lage der Fläche relevant, d. h., spielt es eine Rolle, ob Teile ober- bzw. unterhalb der x-Achse liegen?

Aufgabe P 2

Teilaufgabe a

Welche x-Koordinate besitzt der Punkt M?

Bestimmen Sie die Gleichung der ersten Ableitung von f und berechnen Sie damit die Steigung der Tangente t.

Zeigen Sie, dass der Funktionswert von f an der Stelle 0 mit dem y-Achsenabschnitt von t übereinstimmt.

Teilaufgabe b

Welche besondere Eigenschaft hat dieses Dreieck?

Bestimmen Sie zunächst den Flächeninhalt in Abhängigkeit von k.

Aufgabe P 3

Teilaufgabe a

Wie lautet ein Normalenvektor von E?

Welche Lagebeziehung muss für einen Normalenvektor von E und einen Richtungsvektor von k bestehen, wenn E orthogonal ist zu k?

Wie überprüft man, ob ein Punkt in einer Ebene liegt?

Teilaufgabe b

Der Punkt B ist offensichtlich der Schnittpunkt von E und k. Warum?

Fertigen Sie eine Skizze an, um sich die Situation zu veranschaulichen.

Um welche Art Dreieck handelt es sich beim Dreieck ABC? Wie können Sie daher dessen Flächeninhalt berechnen?

Berechnen Sie die Länge der Grundseite als $\left|\overrightarrow{AB}\right|$.

Welche Höhe muss das Dreieck ABC folglich haben?

Welche Punkte liegen auf k und haben diese Höhe als Abstand zu B?

Lösungsvorschlag – Teil A

P1 **a** Da der Graph von f und die Parallele zur x-Achse $y=-2$ im sichtbaren Bereich genau einen gemeinsamen Punkt besitzen, genügt es zu zeigen, dass $f(-1)=-2$ gilt.

Durch Einsetzen erhält man:

$$f(-1)=-\frac{4}{(-1+2)^2}+2=-4+2=-2$$

Damit hat c den Wert –1.

b Die markierte Fläche wird begrenzt durch den Graphen der Funktion f mit

$$f(x)=-\frac{4}{(x+2)^2}+2,$$

die Parallele zur x-Achse $y=-2$ bzw. $g(x)=-2$ und die y-Achse.

Da es bei Flächen, die von den Graphen zweier Funktionen begrenzt werden, keine Rolle spielt, ob Teile der Fläche unter- oder oberhalb der x-Achse liegen, erhält man mit $c=-1$ für den gesuchten Flächeninhalt A:

$$A=\int_{-1}^{0}(f(x)-g(x))\,dx=\int_{-1}^{0}\left(-\frac{4}{(x+2)^2}+2-(-2)\right)dx=\left[\frac{4}{x+2}+4x\right]_{-1}^{0}$$
$$=2-(4-4)=2$$

Die markierte Fläche hat den **Inhalt 2**.

P2 **a** Für ein $k>0$ ist die Funktion f mit $f(x)=1+e^{k\cdot x}$ gegeben.

Für die erste Ableitung erhält man mithilfe der Kettenregel $f'(x)=k\cdot e^{k\cdot x}$.

Die Tangente t hat die Gleichung $y=kx+2$, wenn $f'(0)=k$ und $f(0)=2$ gilt.

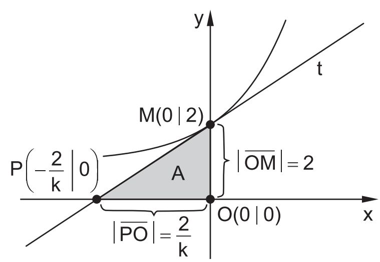
Nachweis:

(1) $f'(0)=k\cdot e^{k\cdot 0}=k\cdot e^0=k$

(2) $f(0)=1+e^{k\cdot 0}=1+1=2$

Damit ist gezeigt, dass die Tangente t die Gleichung $y=kx+2$ hat.

b Die Tangente t schließt mit den beiden Koordinatenachsen ein rechtwinkliges Dreieck ein.



Zunächst bestimmt man den Schnittpunkt P der Tangente mit der x-Achse:

$$k\cdot x+2=0 \quad |-2$$
$$k\cdot x=-2 \quad |:k$$
$$x=-\frac{2}{k} \quad \Rightarrow \quad P\left(-\frac{2}{k}\,\middle|\,0\right)$$

Nun berechnet man den Flächeninhalt A des rechtwinkligen Dreiecks POM in Abhängigkeit von k:

$A = \frac{1}{2} \cdot |\overline{PO}| \cdot |\overline{OM}| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{k} \cdot 2 = \frac{2}{k}$ (Wegen $k > 0$ gilt: $\left| -\frac{2}{k} \right| = \frac{2}{k}$)

Da der Flächeninhalt des Dreiecks laut Aufgabenstellung $A = \frac{k}{8}$ ist, muss folgende Gleichung gelöst werden:

$\frac{2}{k} = \frac{k}{8} \quad |\cdot k \quad |\cdot 8$

$k^2 = 16 \quad |\sqrt{\ }$

$\mathbf{k = 4}$ (Die zweite Lösung entfällt wegen $k > 0$.)

Der gesuchte Wert von k ist 4.

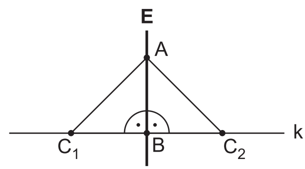
P3 Gegeben sind die Punkte $A(1|4|3)$ und $B(1|4|-2)$ sowie die Ebene $E: x_2 = 4$ und die Gerade $k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

a Die Ebene E ist orthogonal zur Geraden k, wenn ihr Normalenvektor $\vec{n}$ ein Vielfaches des Richtungsvektors von k ist (bzw. die Vektoren kollinear sind).

Da $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ gilt, ist **E orthogonal zu k**.

Einsetzen des Punkts A in E führt zur wahren Aussage $4 = 4$, damit ist $\mathbf{A \in E}$.

b Da offensichtlich $B \in k$ (Stützpunkt) und $B \in E$ ist, muss B der Schnittpunkt von E und k sein. Da die Ebene E und die Gerade k nach Teilaufgabe a orthogonal zueinander sind, ist damit das Dreieck ABC rechtwinklig, vgl. Skizze.



Den Flächeninhalt I eines rechtwinkligen Dreiecks berechnet man mithilfe von:

$I = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$

Für die Länge der Grundseite g des Dreiecks ABC erhält man:

$g = |\overrightarrow{AB}| = \left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} \right| = 5$

Daraus folgt wegen der Vorgabe $I = 15$:

$\frac{1}{2} \cdot g \cdot h = 15$

$h = \frac{30}{g} = \frac{30}{5} = 6$

Damit ist $|\overrightarrow{BC_1}| = |\overrightarrow{BC_2}| = h = 6$.

Auf einem ebenen, horizontalen Gelände steht ein 15 m hoher Mast, an dem drei rechteckige Werbeflächen befestigt sind. In der Abbildung 1 ist eine der Werbeflächen grau dargestellt. Der Mast ist zylinderförmig und hat einen Durchmesser von 80 cm; er verläuft ebenso wie die seitlichen Kanten der Werbeflächen vertikal.

In einem Koordinatensystem wird das Gelände durch die x_1x_2-Ebene beschrieben; eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 m in der Wirklichkeit. Der Mittelpunkt der Grundfläche des Masts wird durch den Koordinatenursprung dargestellt. Die Punkte $A(5|-2|11)$, $E(-2|5|15)$ und $F(-2|-2|15)$ stellen Eckpunkte der Werbeflächen dar.

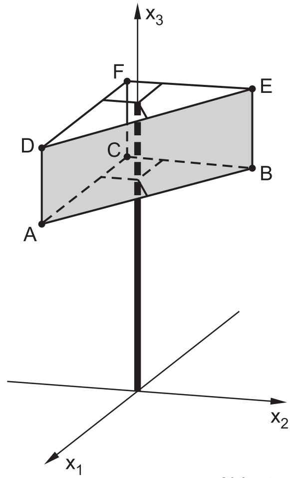


Abb. 1

a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt der grau dargestellten Werbefläche. 1 VP
Prüfen Sie, ob die beiden anderen Werbeflächen einen rechten Winkel einschließen. 1 VP

b) Die grau dargestellte Werbefläche liegt im Modell in einer Ebene, deren Gleichung in der Form $a \cdot x_1 + a \cdot x_2 = b$ dargestellt werden kann. Ermitteln Sie passende Werte von a und b. 1,5 VP

c) Begründen Sie, dass der Abstand der grau dargestellten Werbefläche zum Mast mit dem Abstand des Mittelpunkts der oberen Kante dieser Werbefläche zum Mast übereinstimmt. 2,5 VP

Auf dem Gelände befindet sich ein Sportplatz. Von dort aus blickt ein Kind zur grau dargestellten Werbefläche. Die Sicht des Kindes wird durch eine Mauer eingeschränkt.
Die obere Kante der Mauer wird im Modell durch die Strecke zwischen den Punkten $P(20|-5|3)$ und $Q(20|25|3)$ dargestellt.
Der Punkt, von dem der Blick des Kindes ausgeht, wird durch $K(24|15|1)$ beschrieben.

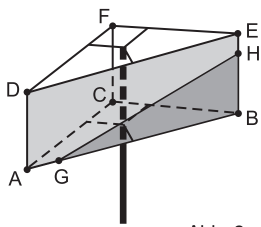


Abb. 2

Das Kind kann denjenigen Teil der Werbefläche, der durch das Dreieck GBH mit $G(4|-1|11)$ dargestellt wird, nicht sehen (siehe Abbildung 2).

TIPP Lösungshinweise zum Wahlteil Geometrie – Aufgabe B 1

Aufgabe B 1 – Teilaufgabe a

Flächeninhalt

Ermitteln Sie mithilfe der Koordinaten der Punkte A und E sowie der zur x_1x_2-Ebene vertikalen Lage der seitlichen Kanten der grauen Werbefläche die Koordinaten eines weiteren Eckpunkts des Rechtecks ABED.

Welche Kantenlängen hat diese graue rechteckige Werbefläche?

Berechnen Sie damit den Flächeninhalt des Rechtecks. Denken Sie an die Einheit.

Überprüfung

Da die seitlichen Kanten der beiden Werbeflächen vertikal verlaufen, genügt es zu zeigen, dass zwei aneinander angrenzende horizontale Kanten einen rechten Winkel einschließen.

Ermitteln Sie zunächst die Koordinaten des Punkts D oder des Punkts C.

Wie kann man rechnerisch überprüfen, ob zwei Vektoren senkrecht zueinander sind?

Aufgabe B 1 – Teilaufgabe b

Werte von a und b

Welche Besonderheit besitzen die Koordinaten eines Normalenvektors einer Ebene mit der angegebenen Gleichung?

Weshalb kann man deshalb den Wert von a beliebig festlegen?

Einsetzen der Koordinaten eines Eckpunkts des Rechtecks ABED liefert anschließend den passenden Wert für b.

Aufgabe B 1 – Teilaufgabe c

Begründung

Begründen Sie zunächst, weshalb die grau dargestellte Werbefläche und der zylinderförmige Mast parallel zueinander liegen.

Wo liegen die Punkte des Rechtecks ABED, die von der x_3-Achse den kleinsten Abstand haben?

Der Punkt $Z(0|0|15)$ der oberen Deckfläche des Masts und die Punkte E und D bilden ein Dreieck DEZ. Welche besondere Form hat dieses Dreieck DEZ?

Wie wird die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks durch die Höhe geteilt?

Was bedeutet dies für den Abstand des Mittelpunkts der Kante $\overline{DE}$ zum Punkt Z?

Weshalb stimmt dieser Abstand mit dem Abstand der Werbefläche zum Mast überein?

Die Punkte $A(5|-2|11)$, $E(-2|5|15)$ und $F(-2|-2|15)$ stellen Eckpunkte der drei rechteckigen Werbeflächen dar.

a) **Flächeninhalt:**

Die Kante $\overline{BE}$ verläuft laut Aufgabenstellung vertikal zur x_1x_2-Ebene. Da die Werbefläche rechteckig ist, verläuft die Kante $\overline{AB}$ horizontal zur x_1x_2-Ebene. Der Punkt B liegt vertikal 4 m unter dem Punkt $E(-2|5|15)$ und hat somit die Koordinaten $B(-2|5|11)$.

Mit $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \left|\begin{pmatrix}-2\\5\\11\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}5\\-2\\11\end{pmatrix}\right| = \left|\begin{pmatrix}-7\\7\\0\end{pmatrix}\right| = \sqrt{(-7)^2+7^2} = 7\sqrt{2}$ und $\left|\overrightarrow{BE}\right| = 4$ ergibt sich

für den Flächeninhalt des Rechtecks ABED:

$\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BE}\right| = 7\sqrt{2} \cdot 4 = 28\sqrt{2} \approx 39{,}6$

Die grau dargestellte Werbefläche hat einen Flächeninhalt von **ca. 39,6 m²**.

Überprüfung:

Die seitlichen Kanten der beiden anderen Werbeflächen verlaufen ebenfalls vertikal. Der Punkt D liegt vertikal 4 m über dem Punkt $A(5|-2|11)$ und hat deswegen die Koordinaten $D(5|-2|15)$.

Die beiden Rechtecke ACFD und CBEF schließen dann einen rechten Winkel ein, wenn z. B. die horizontal verlaufenden Kanten $\overline{FD}$ und $\overline{FE}$ senkrecht zueinander stehen, d. h., wenn das Skalarprodukt $\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE}$ null ist.

Mit $\overrightarrow{FD} = \begin{pmatrix}5\\-2\\15\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\-2\\15\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}7\\0\\0\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix}-2\\5\\15\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-2\\-2\\15\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\7\\0\end{pmatrix}$ ergibt sich:

$$\overrightarrow{FD} \cdot \overrightarrow{FE} = \begin{pmatrix}7\\0\\0\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}0\\7\\0\end{pmatrix} = 7 \cdot 0 + 0 \cdot 7 = 0$$

Die beiden anderen Werbeflächen schließen also einen rechten Winkel ein.

b) **Werte von a und b:**

Das Rechteck ABED liegt laut Aufgabenstellung in einer Ebene der Form $E_{a,b}\colon a \cdot x_1 + a \cdot x_2 = b$.

Jeder Normalenvektor $\vec{n}_a = \begin{pmatrix}a\\a\\0\end{pmatrix}$ dieser Ebene ist ein Vielfaches von $\vec{n}_1 = \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

Ein Wert von a kann also beliebig festgelegt werden, z. B. $\mathbf{a = 1}$.

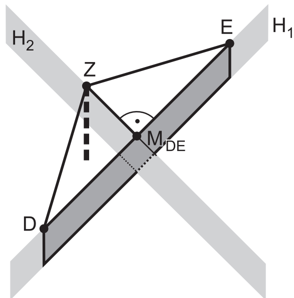
Einsetzen von z. B. $A(5|-2|11)$ in die Ebene $E_{1;b}\colon 1 \cdot x_1 + 1 \cdot x_2 = b$ liefert den passenden Wert für b:

$1 \cdot 5 + 1 \cdot (-2) = b$ und damit $\mathbf{b = 3}$.

Die grau dargestellte Werbefläche liegt in der Ebene mit der Gleichung $x_1 + x_2 = 3$.

c) **Begründung:**

Die x_3-Achse stellt die Symmetrieachse des zylinderförmigen Masts dar. Die grau dargestellte Werbefläche liegt in einer Ebene H_1, die parallel zur x_3-Achse ist (vgl. auch Teilaufgabe b). D. h., die grau dargestellte Werbefläche und der zylinderförmige Mast liegen parallel zueinander.



Alle Punkte der Werbefläche mit dem kleinsten Abstand zur x_3-Achse liegen auf der Schnittgeraden von H_1 mit einer dazu orthogonalen Hilfsebene H_2, welche die x_3-Achse enthält.

Der Punkt $Z(0|0|15)$ der oberen Deckfläche des Masts und die Punkte E und D liegen auf gleicher Höhe (x_3-Koordinate $=15$). Das Dreieck DEZ ist gleichschenklig $\left(|\overrightarrow{ZD}|=\left|\begin{pmatrix}5\\-2\\0\end{pmatrix}\right|=\sqrt{29}=|\overrightarrow{ZE}|=\left|\begin{pmatrix}-2\\5\\0\end{pmatrix}\right|\right)$ und der Mittelpunkt M_{DE} ist der Fußpunkt des Lotes von Z auf $\overline{DE}$. Kein Punkt der Strecke $\overline{DE}$ hat also einen kleineren Abstand zur x_3-Achse als M_{DE}.

Wegen der zueinander parallelen Lage des Rechtecks ABED (Werbefläche) und der x_3-Achse (Symmetrieachse des zylinderförmigen Masts) ist damit gezeigt, dass der Abstand der grau dargestellten Werbefläche zum Mast mit dem Abstand des Mittelpunkts der oberen Kante dieser Werbefläche zum Mast übereinstimmt.

Ergänzung: Die Berechnung des Abstands war in der Aufgabe nicht verlangt, könnte jedoch wie folgt aussehen:
Für den Mittelpunkt der oberen Kante $\overline{DE}$ der Werbefläche erhält man aus den Koordinaten der Punkte $D(5|-2|15)$ und $E(-2|5|15)$ die Koordinaten
$M_{DE}\left(\frac{5+(-2)}{2}\,\middle|\,\frac{(-2)+5}{2}\,\middle|\,\frac{15+15}{2}\right)$ bzw. $M_{DE}(1{,}5|1{,}5|15)$.
Alle Punkte der Werbefläche mit den Koordinaten $(1{,}5|1{,}5|h)$ mit $11 \leq h \leq 15$ haben somit den kleinsten Abstand vom Rand des Masts – nämlich, unter Berücksichtigung des Zylinderradius $r_{Zylinder}=0{,}4$ m:

$$d=|\overrightarrow{ZM_{DE}}|-r_{Zylinder}=\left|\begin{pmatrix}1{,}5\\1{,}5\\0\end{pmatrix}\right|-0{,}4=1{,}5\cdot\sqrt{2}-0{,}4\approx 1{,}72$$

d) **Winkel:**

Die Horizontale wird durch die x_1x_2-Ebene mit dem Normalenvektor $\vec{n}=\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ beschrieben. Die Gerade durch die Punkte $K(24|15|1)$ und $G(4|-1|11)$ hat den Richtungsvektor $\vec{u}$, welcher ein Vielfaches des Vektors $\overrightarrow{KG}=\begin{pmatrix}4\\-1\\11\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}24\\15\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-20\\-16\\10\end{pmatrix}$ ist. Man kann z. B. $\vec{u}=\begin{pmatrix}10\\8\\-5\end{pmatrix}$ wählen.