

2025

Realschule

Original-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Bayern

Mathematik II

- + *Offizielle Musteraufgaben*
- + *PDF zum Download*

STARK

Inhaltsverzeichnis

Hinweise

Aufbau und Ablauf der Prüfung	I
Unterschiede seit 2023	I
Arbeit mit diesem Buch	II
Alte Notenschlüssel zur Orientierung	III
Termine 2025	III
Hinweise des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus ..	IV

Übungsaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner

Daten und Zufall	Ü-1
Funktionen, ebene Geometrie und Raumgeometrie	Ü-6
Lösungsvorschlag	Ü-17

Teil B – mit Taschenrechner

Daten und Zufall	Ü-52
Lösungsvorschlag	Ü-56

Aufgaben im Stil der Prüfung

Beispielaufgaben

Teil A – ohne Taschenrechner	B-1
Lösungsvorschlag	B-3
Teil B – mit Taschenrechner	B-5
Lösungsvorschlag	B-9

Musterprüfung

Teil A – ohne Taschenrechner	M-1
Lösungsvorschlag	M-4
Teil B – mit Taschenrechner	M-7
Lösungsvorschlag	M-10

Abschlussprüfungsaufgaben

Abschlussprüfung 2019

Teil A – mit Taschenrechner	2019-1
Lösungsvorschlag	2019-4
Teil B – mit Taschenrechner	2019-11
Lösungsvorschlag	2019-14

Abschlussprüfung 2020

Teil A – mit Taschenrechner	2020-1
Lösungsvorschlag	2020-4
Teil B – mit Taschenrechner	2020-11
Lösungsvorschlag	2020-13

Abschlussprüfung 2021

Teil A – mit Taschenrechner	2021-1
Lösungsvorschlag	2021-4
Teil B – mit Taschenrechner	2021-10
Lösungsvorschlag	2021-13

Abschlussprüfung 2022

Teil A – mit Taschenrechner	2022-1
Lösungsvorschlag	2022-5
Teil B – mit Taschenrechner	2022-10
Lösungsvorschlag	2022-12

Abschlussprüfung 2023

Teil A – ohne Taschenrechner	2023-1
Lösungsvorschlag	2023-3
Teil B – mit Taschenrechner	2023-6
Lösungsvorschlag	2023-10

Abschlussprüfung 2024 www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnen-seite).

Autor

Übungsaufgaben (inkl. Lösungen) sowie Lösungen der Beispielaufgaben, Musterprüfung und der Abschlussprüfungsaufgaben: RSD Alois Einhauser

Daten und Zufall

- 1.0** Amira, Karl und Stefan besitzen baugleiche Zahlenschlösser. Ein Zahlenschloss besteht aus vier Ringen, auf denen jeweils die Ziffern von 1 bis 6 stehen.
- 1.1** Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Zahlenkombinationen bei einem solchen Zahlenschloss insgesamt möglich sind.
- 1.2** In Amiras Kombination sind die Ziffern alle verschieden.
Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Zahlenkombinationen dafür infrage kommen.
- 1.3** Karl erinnert sich, dass seine Kombination vorwärts und rückwärts gelesen gleich war (z. B. 1661).
Bestimmen Sie, wie viele mögliche Kombinationen es dafür gibt.
- 1.4** Stefan behauptet, dass in seiner Kombination nur die Ziffern 3 und 5 vorkommen.
Bestimmen Sie, wie viele verschiedene Kombinationen hierfür möglich sind.
- 2** Zur Darstellung eines Bits benutzt man die Ziffern 1 oder 0. Ein Byte besteht aus acht Bit, also z. B. „0110 1001“.
Bestimmen Sie, wie viele Kombinationen man mit einem Byte darstellen kann.
- 3.1** Ermitteln Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „WORT“ unterschiedlich anzuordnen.
- 3.2** Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „PAPA“ unterschiedlich anzuordnen.
Geben Sie alle Möglichkeiten in einem Baumdiagramm an.
- 3.3** Bestimmen Sie, wie viele Möglichkeiten es gibt, die Buchstaben von „HALLO“ unterschiedlich anzuordnen.

- 4.0** Das lateinische Alphabet besteht aus insgesamt 26 Buchstaben. Es sollen zweisilbige „Wörter“ aus je genau einem Vokal (V) und genau einem Konsonanten (K) gebildet werden. Dabei sollen nur folgende Anordnungen erlaubt sein:
KVKV, VKVK und VKKV
- 4.1** Der Vokal ist ein E und der Konsonant ein L.
Geben Sie alle erlaubten „Wörter“ an.
- 4.2** Ermitteln Sie, wie viele mögliche „Wörter“ es ohne die Einschränkung aus Teilaufgabe 4.1 insgesamt gibt.
- 5** Bei einer Verlosung wird mit dem Slogan „Jedes zweite Los gewinnt“ geworben.
Kreuzen Sie die Aussagen an, die gleichbedeutend sind.
- Die Gewinnchance ist fifty-fifty.
 - Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 50%.
 - Das Verhältnis von Gewinnlosen zu Nieten ist 1 : 1.
 - Die Gewinnchance ist $\frac{1}{3}$.
- 6** Bei einer Verlosung wird mit dem Slogan „Jedes fünfte Los gewinnt“ geworben.
Kreuzen Sie die Aussagen an, die gleichbedeutend sind.
- Die Gewinnchance ist 1 : 5.
 - Die Gewinnchance ist 1 : 4.
 - Auf einen Gewinn fallen vier Nieten.
 - Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 25 %.
 - Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 20 %.
 - Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn beträgt 5 %.
- 7.0** Es wird dreimal mit einem Spielwürfel, der die Augenzahlen „1“ bis „6“ besitzt, gewürfelt.
- 7.1** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal die „6“ erscheint.
- 7.2** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dreimal die gleiche Zahl gewürfelt wird.
- 7.3** Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nur unterschiedliche Zahlen erscheinen.

Lösungsvorschlag

- 1.1 Man hat für jeden der 4 Ringe 6 Möglichkeiten.
Es gibt also $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 1296$ Möglichkeiten.

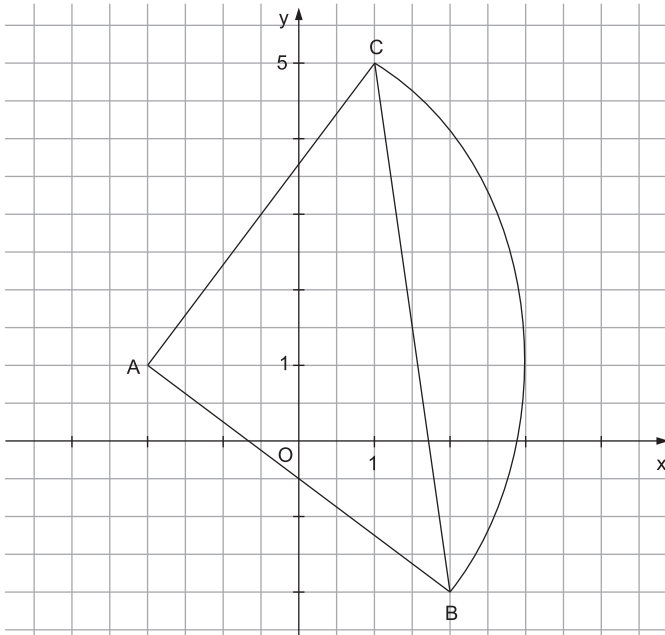
TIPP

$$\begin{array}{r} 36 \cdot 36 \\ \underline{108} \\ 216 \\ \underline{\quad} \\ 1296 \end{array}$$

- 1.2 Da die Kombination aus 4 unterschiedlichen Ziffern besteht, hat man für den ersten Ring 6 Möglichkeiten, für den zweiten 5, für den dritten 4 und für den vierten 3.
Es gibt also $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$ Möglichkeiten.
- 1.3 Durch Ring 1 ist Ring 4 festgelegt und durch Ring 2 ist Ring 3 festgelegt.
Es gibt also $6 \cdot 6 = 36$ mögliche Kombinationen.
- 1.4 Es gibt je Ring nun nur noch 2 mögliche Ziffern.
Somit gibt es $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ Möglichkeiten.
- 2 Je Stelle gibt es 2 Möglichkeiten.
Für ein Byte gibt es also $2^8 = 256$ Möglichkeiten.
- 3.1 „WORT“ besteht aus 4 unterschiedlichen Buchstaben. Somit hat man für den ersten Buchstaben 4 Möglichkeiten, für den zweiten 3, für den dritten 2 und für den vierten 1.
Es gibt also $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ Möglichkeiten.
- 3.2 Würde man die Buchstaben auf Karten schreiben und von 1 bis 4 nummerieren (z. B. P_1, A_2, P_3, A_4), hätte man wie bei Teilaufgabe 3.1 insgesamt 24 Möglichkeiten, die 4 unterschiedlichen Karten anzuordnen.
Da es aber egal ist, ob Karte A_2 oder A_4 für den Buchstaben A gelegt wird, hat man nur noch halb so viele, also 12 Möglichkeiten.
Da es weiter egal ist, ob Karte P_1 oder P_3 für den Buchstaben P gelegt wird, halbiert sich die Anzahl an Möglichkeiten noch einmal.
Es gibt somit insgesamt 6 Möglichkeiten.

A 1.0 Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC.

Es gilt: $A(-2|1)$; $B(2|-2)$; $\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.



A 1.1 Begründen Sie rechnerisch, weshalb das Dreieck ABC rechtwinklig ist.

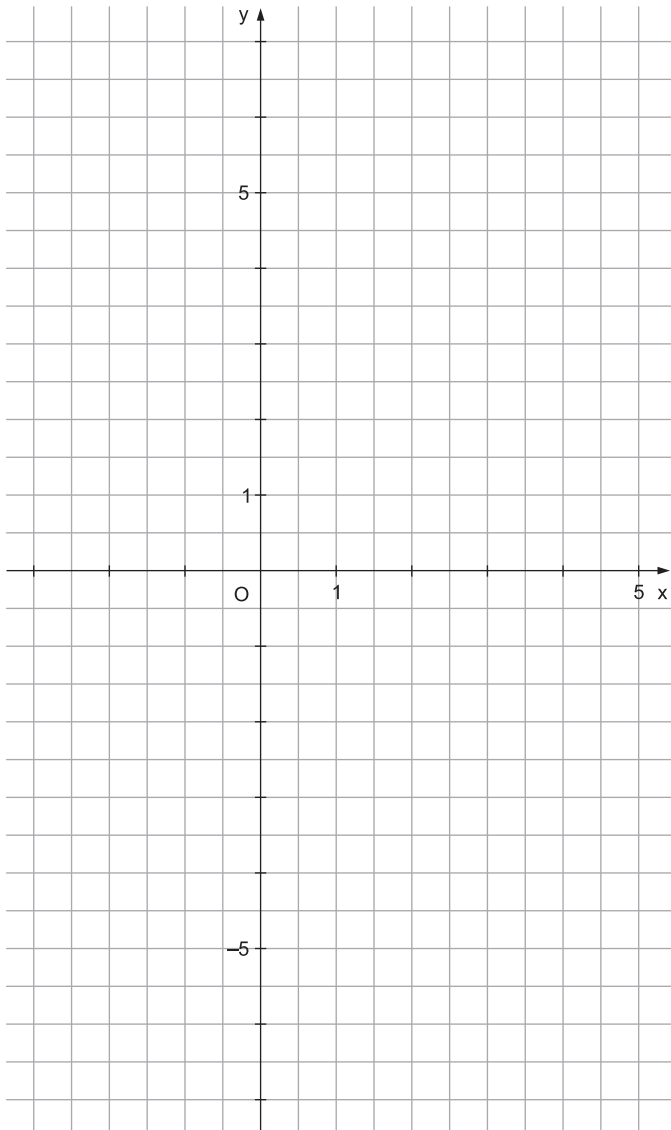
2

A 1.2 Der Kreis um A mit dem Radius 5 LE schneidet die Strecke \overline{BC} in den Punkten B und C.
 Berechnen Sie den Flächeninhalt A_{Segment} des Kreissegments, das durch die Strecke \overline{BC} und den Kreisbogen \widehat{BC} begrenzt wird. Geben Sie das exakte Ergebnis an.

2

A 2 Zeichnen Sie die Parabel p mit der Gleichung $y = -0,5 \cdot (x - 1)^2 + 2$ ($x, y \in \mathbb{R}$) für $x \in [-3; 5]$ in das Koordinatensystem ein.

1,5



Lösungsvorschlag

A 1.1

TIPP Mithilfe der Steigungen m_{AB} und m_{AC} der Geraden AB und AC zeigt man, dass diese zueinander senkrecht verlaufen.

Berechnung des Vektors \overline{AB} :

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$$

$$\overline{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Mit $\overline{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ (vgl. Angabe) ergeben sich die Steigungen:

$$m_{AB} = -\frac{3}{4} \quad \text{und} \quad m_{AC} = \frac{4}{3}$$

Somit gilt:

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3}$$

$$m_{AB} \cdot m_{AC} = -1$$

Folglich gilt $AB \perp AC$.

Also ist das Dreieck ABC rechtwinklig.

A 1.2

TIPP Man zieht vom Flächeninhalt des Kreissektors ABC den Flächeninhalt des Dreiecks ABC ab.

Das Dreieck ABC ist rechtwinklig bei A. Somit handelt es sich beim Kreissektor ABC um einen Viertelkreis. Die Längen der Dreiecksseiten \overline{AB} und \overline{AC} entsprechen dem Radius des Viertelkreises:

$$|\overline{AB}| = 5 \text{ LE} \quad \text{und} \quad |\overline{AC}| = 5 \text{ LE}$$

$$A_{\text{Segment}} = A_{\text{Sektor ABC}} - A_{\Delta ABC}$$

$$A_{\text{Segment}} = \frac{1}{4} \cdot |\overline{AB}|^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot |\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|$$

$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{1}{4} \cdot 5^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 5^2 \right) \text{FE}$$

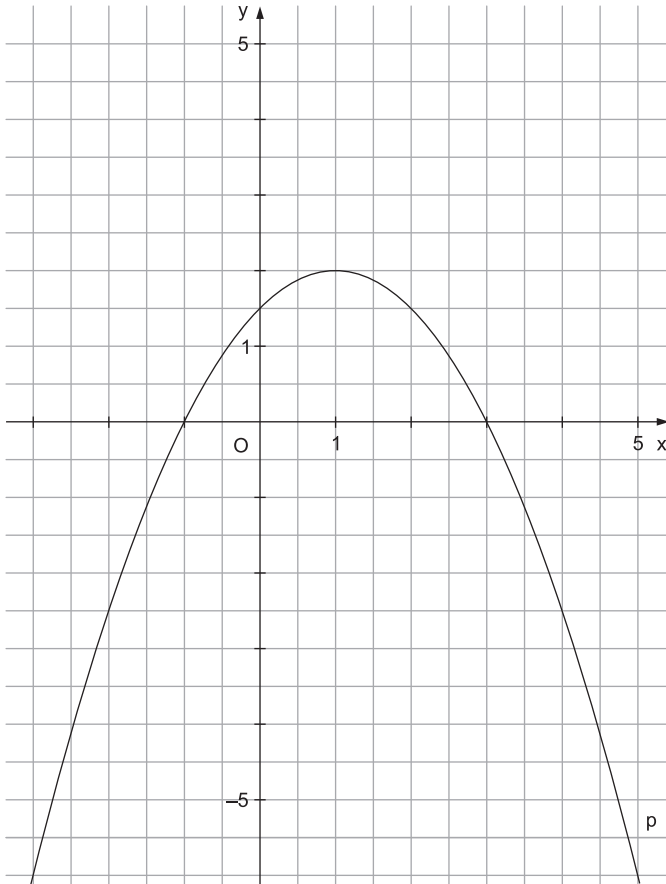
$$A_{\text{Segment}} = \left(\frac{25}{4} \cdot \pi - \frac{25}{2} \right) \text{FE}$$

$$A_{\text{Segment}} = (6,25 \cdot \pi - 12,5) \text{FE}$$

A 2

TIPP Die Parabel p hat den Scheitel $S(1 | 2)$, ist nach unten geöffnet und mit dem Faktor $0,5$ gestaucht.

- Von S geht man um 1 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 1^2$ LE = $0,5$ LE nach unten.
- Von S geht man um 2 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 2^2$ LE = 2 LE nach unten.
- Von S geht man um 3 LE nach links bzw. rechts und um $0,5 \cdot 3^2$ LE = $4,5$ LE nach unten ...



Aufgabe A 1

BE

- A 1** Die Skizze zeigt das gleichschenklige Trapez ABCD mit der Höhe \overline{DE} .

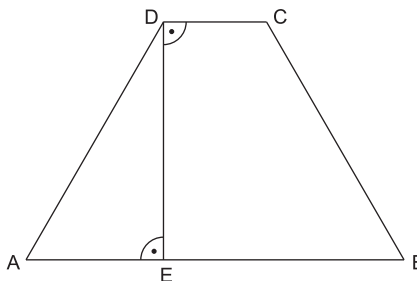
Es gilt: $|\overline{AB}| = 11 \text{ cm}$;
 $|\overline{AE}| = 4 \text{ cm}$; $\sphericalangle \text{BAD} = 60^\circ$.

Berechnen Sie die Längen der Strecken \overline{DE} und \overline{DC} .

Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A des Trapezes ABCD gilt:

$$A = 28\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

[Teilergebnis: $|\overline{DC}| = 3 \text{ cm}$]



3,5

Aufgabe A 2

- A 2.0** Die Funktion p hat eine Gleichung der Form

$$y = -0,5x^2 + bx + c \quad (b, c, x, y \in \mathbb{R}).$$

Ihr Graph ist eine Parabel mit dem Scheitelpunkt $S(-2 | 1,5)$.

- A 2.1** Geben Sie die Gleichung der Parabel in der Scheitelpunktsform an.

1

- A 2.2** Kreuzen Sie die Wertemenge der Funktion p an.

$\{y | y \geq -2\}$ $\{y | y \leq -2\}$ $\{y | y \geq 1,5\}$ $\{y | y \leq 1,5\}$

1

Aufgabe A 3

- A 3.0** Die Tasten C, D, E, G und A eines Klaviers können mithilfe einer Software angeschlagen werden. Dabei werden Melodien erzeugt, indem vier Tasten zufällig nacheinander angeschlagen werden.



© dmytro_sidelnikov/www.freepik.com

Beispiel für eine solche Melodie:

A – C – D – C

- A 3.1** Zeigen Sie rechnerisch, dass 625 verschiedene Melodien erzeugt werden können.

1,5

- A 3.2** Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass die Melodie A – C – D – C entsteht.

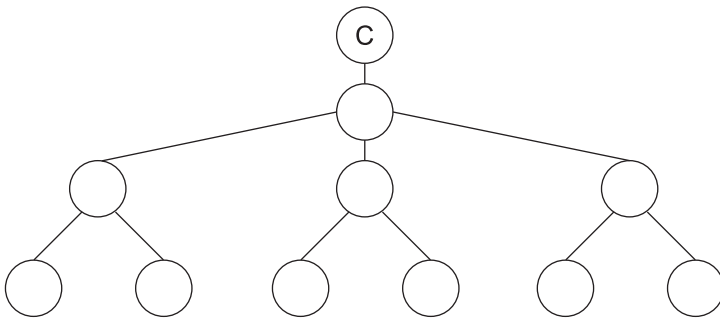
1

- A 3.3** Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine Melodie entsteht, bei der viermal dieselbe Taste angeschlagen wird.

1

- A 3.4** Für eine bestimmte Melodie werden folgende Vorgaben in der Software eingestellt: Als Erstes wird die Taste C und als Zweites die Taste A angeschlagen. Zudem soll jede Taste höchstens einmal angeschlagen werden.

Ergänzen Sie im Baumdiagramm die zugehörigen Tasten.



2

Lösungsvorschlag – Teil A

A 1

TIPP Zur Berechnung der Länge der Strecke \overline{DE} betrachtet man das rechtwinklige Dreieck AED, von dem eine Seitenlänge und ein Winkel bekannt sind.

Berechnung der Länge von \overline{DE} im rechtwinkligen Dreieck AED:

$$\tan \sphericalangle BAD = \frac{|\overline{DE}|}{|\overline{AE}|} \quad | \cdot |\overline{AE}|$$

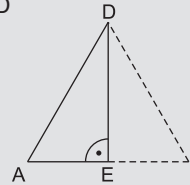
$$|\overline{DE}| = |\overline{AE}| \cdot \tan \sphericalangle BAD$$

$$|\overline{DE}| = 4 \cdot \tan 60^\circ \text{ cm}$$

$$|\overline{DE}| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

oder:

TIPP Wenn man erkennt, dass sich das Dreieck AED zu einem gleichseitigen Dreieck mit der Seitenlänge $2 \cdot |\overline{AE}|$ und der Höhe $|\overline{DE}|$ ergänzen lässt, kann man $|\overline{DE}|$ direkt aus $|\overline{AE}|$ berechnen. Dazu nutzt man den allgemeingültigen Zusammenhang zwischen der Höhe h und der Seitenlänge a eines gleichseitigen Dreiecks: $h = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot a$



Berechnung der Länge von \overline{DE} im „halben gleichseitigen Dreieck“:

$$|\overline{DE}| = \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 2 \cdot |\overline{AE}|$$

$$|\overline{DE}| = 4\sqrt{3} \text{ cm}$$

TIPP Da das Trapez ABCD gleichschenkelig und somit achsensymmetrisch ist, lässt sich die Länge der kurzen Seite einfach aus den beiden Streckenlängen $|\overline{AB}|$ und $|\overline{AE}|$ berechnen.

Berechnung von $|\overline{DC}|$:

$$|\overline{DC}| = |\overline{AB}| - 2 \cdot |\overline{AE}|$$

$$|\overline{DC}| = (11 - 2 \cdot 4) \text{ cm}$$

$$|\overline{DC}| = 3 \text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts A:

$$A = \frac{1}{2} (|\overline{AB}| + |\overline{DC}|) \cdot |\overline{DE}|$$

$$A = 0,5 \cdot (11 + 3) \cdot 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$A = 28\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

A 2.1 **TIPP** Der Stauchungs-/Streckungsfaktor der Parabel p ist $-0,5$. Für die Scheitelform der Parabel p gilt somit:

$$y = -0,5(x - x_S)^2 + y_S$$

Hierbei sind x_S die x-Koordinate und y_S die y-Koordinate des Scheitels.

$$y = -0,5 \cdot (x + 2)^2 + 1,5$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

A 2.2 **TIPP** Da eine Parabel mit einer Gleichung der Form $y = -0,5x^2 + bx + c$ nach unten geöffnet ist und der Scheitel die y-Koordinate $y_S = 1,5$ hat, gilt für die Wertemenge:

$$\boxed{\times} \{y \mid y \leq 1,5\}$$

A 3.1 **TIPP** Für jeden der 4 angeschlagenen Töne gibt es jeweils 5 Möglichkeiten, nämlich C, D, E, G, A.

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

A 3.2 **TIPP** Die Melodie A – C – D – C ist eine der 625 Möglichkeiten.

$$\frac{1}{625}$$

A 3.3 **TIPP** Da es 5 verschiedene Töne gibt, gibt es auch 5 verschiedene Möglichkeiten, die Melodie mit demselben Ton zu spielen. Bei 5 der 625 möglichen Melodien wird also viermal dieselbe Taste angeschlagen.

$$\frac{5}{625}$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK