2025 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Realschule Bayern

Mathematik I

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können die dazugehörigen Lösungen als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung 2025, Mathematik I, Realschule, Bayern** (Bestell-Nr. J0910T). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Training Grundwissen und komplexe Aufgaben: Markus Hochholzer, Markus Schmidl
Aufgaben im Stil der Prüfung und Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser

Hinweise und Tipps

$\Leftrightarrow \quad -4x^2 + 16x + 48 = 47{,}75 \quad | -47{,}75$

$\Leftrightarrow \quad -4x^2 + 16x + 0{,}25 = 0$

Ausgangsform für die Lösungsformel
$a = -4$; $b = 16$; $c = 0{,}25$

$D = 16^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 0{,}25 = 260$

Die Diskriminante $D = 260$ ist größer als null
$\Rightarrow$ 2 Lösungen

$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \frac{-16 \pm \sqrt{260}}{-8}$$

$(x_1 = -0{,}02 \quad \vee) \quad x_2 = 4{,}02$

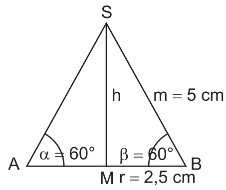
$L = \{4{,}02\}$

Die Lösung x_1 scheidet aus. x wäre sonst eine negative Streckenlänge.

---

95 a) Berechnung der Mantelfläche:
$A_M = r \cdot \pi \cdot m = 2{,}5\text{ cm} \cdot \pi \cdot 5\text{ cm} = 12{,}5 \cdot \pi\text{ cm}^2$

Der Axialschnitt des Kegels ist ein gleichseitiges Dreieck:



Berechnung des Mittelpunktswinkels:

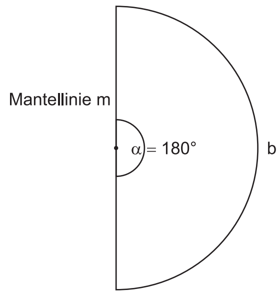
$$A_M = \frac{\alpha}{360°} \cdot m^2 \cdot \pi \qquad \Big| \cdot \frac{360°}{m^2 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{A_M \cdot 360°}{m^2 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{12{,}5 \cdot \cancel{\pi}\text{ cm}^2 \cdot 360°}{(5\text{ cm})^2 \cdot \cancel{\pi}} = \frac{12{,}5\ \cancel{\text{cm}^2} \cdot 360°}{25\ \cancel{\text{cm}^2}} = \frac{360°}{2}$$

$$\alpha = 180°$$

Abwicklung: Halbkreis!



oder:

$$\alpha = \frac{r}{m} \cdot 360° = \frac{2{,}5\text{ cm}}{5\text{ cm}} \cdot 360° = 180°$$

b) Ist der Axialschnitt eines Kegels ein gleichseitiges Dreieck, dann gilt allgemein:
$m = 2 \cdot r$

Es folgt:
$A_M = r \cdot \pi \cdot m = r \cdot \pi \cdot 2 \cdot r = 2r^2\pi$

Beachte: Die Mantelfläche ist in diesem Fall doppelt so groß wie der Grundkreis des Kegels ($r^2\pi$)!

Berechnung des Mittelpunktswinkels:

$$A_M = \frac{\alpha}{360°} \cdot m^2 \cdot \pi$$

$$A_M = \frac{\alpha}{360°} \cdot (2r)^2 \cdot \pi$$

$$A_M = \frac{\alpha}{360°} \cdot 4r^2 \cdot \pi \qquad \Big| \cdot \frac{360°}{4r^2 \cdot \pi}$$

$$\alpha = \frac{A_M \cdot 360°}{4r^2 \cdot \pi}$$

Setze $A_M = 2r^2\pi$ ein.

$$\alpha = \frac{2\,\cancel{r^2}\,\cancel{\pi} \cdot 360°}{4\,\cancel{r^2} \cdot \cancel{\pi}}$$

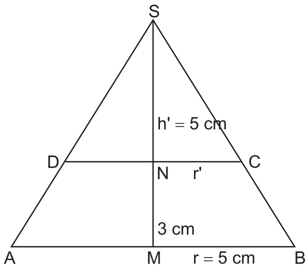
$$\alpha = \frac{2}{4} \cdot 360° = 180°$$

oder:

$$\alpha = \frac{r}{m} \cdot 360° = \frac{r}{2r} \cdot 360° = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°$$

Der Mittelpunktswinkel ist also immer 180° groß und die Abwicklung somit ein Halbkreis.

Hinweise und Tipps



96 Differenz zweier Kegel:
DCS: Axialschnitt des „abgeschnittenen Kegels“ K_1
ABS: Axialschnitt des Ausgangskegels K_2
ABCD: Axialschnitt des Kegelstumpfes

Berechnung des Volumens:

$$V_{Kegelstumpf} = V_{K_2} - V_{K_1} = \frac{1}{3}\cdot r^2\cdot\pi\cdot h - \frac{1}{3}\cdot(r')^2\cdot\pi\cdot h'$$

Berechnung von $r' = |\overline{NC}|$ mit dem Strahlensatz:

$$\frac{|\overline{NC}|}{|\overline{MB}|} = \frac{|\overline{SN}|}{|\overline{SM}|} \qquad |\cdot|\overline{MB}|$$

$$|\overline{NC}| = \frac{|\overline{SN}|}{|\overline{SM}|}\cdot|\overline{MB}|$$

$$|\overline{NC}| = \frac{5\text{ cm}}{8\text{ cm}}\cdot 5\text{ cm}$$

$$|\overline{NC}| = 3{,}125\text{ cm}$$

$$V_{Kegelstumpf} = \frac{1}{3}\cdot(5\text{ cm})^2\cdot\pi\cdot 8\text{ cm} - \frac{1}{3}\cdot(3{,}125\text{ cm})^2\cdot\pi\cdot 5\text{ cm}$$

$$V_{Kegelstumpf} = 209{,}44\text{ cm}^3 - 51{,}13\text{ cm}^3$$

$$V_{Kegelstumpf} = 158{,}31\text{ cm}^3$$

Berechnung der Mantelfläche:

$$A_{M_{Kegelstumpf}} = A_{M_{K_2}} - A_{M_{K_1}} = r\cdot\pi\cdot m - r'\cdot\pi\cdot m'$$

Berechnung von m und m' in den rechtwinkligen Dreiecken MBS und NCS:

$$m = |\overline{BS}| = \sqrt{|\overline{MB}|^2 + |\overline{SM}|^2} = \sqrt{5^2+8^2}\text{ cm} = 9{,}43\text{ cm}$$

$$m' = |\overline{CS}| = \sqrt{|\overline{NC}|^2 + |\overline{SN}|^2} = \sqrt{3{,}125^2+5^2}\text{ cm} = 5{,}90\text{ cm}$$

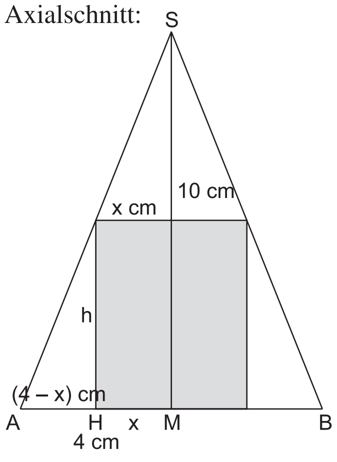
$$A_{M_{Kegelstumpf}} = 5\text{ cm}\cdot\pi\cdot 9{,}43\text{ cm} - 3{,}125\text{ cm}\cdot\pi\cdot 5{,}90\text{ cm}$$

$$A_{M_{Kegelstumpf}} = 148{,}13\text{ cm}^2 - 57{,}92\text{ cm}^2$$

$$A_{M_{Kegelstumpf}} = 90{,}21\text{ cm}^2$$

---

97 a) Axialschnitt:



(Verkleinerte Darstellung im Maßstab 1 : 2)

„einbeschrieben“ heißt:
Die Eckpunkte liegen auf den Begrenzungslinien des umgebenden Körpers.

- Der Radius des Zylinders ist x = 2 cm!
- Zeichne eine Strecke parallel zu AB mit 4 cm Länge, deren Endpunkte auf den Mantellinien des Kegels liegen.

Hinweise und Tipps

b) Strahlensatz mit Zentrum A:

$$\frac{h}{|\overline{MS}|}=\frac{|\overline{AH}|}{|\overline{AM}|}$$

$$\frac{h(x)}{10\text{ cm}}=\frac{(4-x)\text{ cm}}{4\text{ cm}} \quad |\cdot 10\text{ cm}$$

$$h(x)=2{,}5\cdot(4-x)\text{ cm}$$

$$h(x)=(10-2{,}5x)\text{ cm}$$

c) $A_M(x)=2\cdot r\cdot\pi\cdot h(x)$
$A_M(x)=2\cdot x\cdot\pi\cdot(10-2{,}5x)\text{ cm}^2$
$A_M(x)=(-5x^2+20x)\cdot\pi\text{ cm}^2$

$r_{Zyl}=x$ cm

d) $A_M(x)=(-5x^2+20x)\cdot\pi\text{ cm}^2$
$A_M(x)=\{-5[x^2-4x]\}\cdot\pi\text{ cm}^2$
$A_M(x)=\{-5[x^2-4x+2^2-2^2]\}\cdot\pi\text{ cm}^2$
$A_M(x)=\{-5[(x-2)^2-4]\}\cdot\pi\text{ cm}^2$
$A_M(x)=\{-5(x-2)^2+20\}\cdot\pi\text{ cm}^2$
$A_{M_{max}}=20\pi\text{ cm}^2$ für $x=2$

Ergänze den Term in der Klammer quadratisch.

Faktor π beim Extremwert nicht vergessen!

e) Mantelflächeninhalt des Kegels:

$$A_M=r\cdot\pi\cdot m=r\cdot\pi\cdot\sqrt{4^2+10^2}\text{ cm}=43{,}08\pi\text{ cm}^2$$

Berechne $m=|\overline{SA}|$ im rechtwinkligen Dreieck AMS.

Davon 50 %:
$0{,}5\cdot 43{,}08\pi\text{ cm}^2=21{,}54\pi\text{ cm}^2$

$$\begin{array}{|ll} & A_M(x)=(-5x^2+20x)\cdot\pi\text{ cm}^2\\ \wedge & A_M=21{,}54\pi\text{ cm}^2\\ \hline\end{array}$$

$$\Rightarrow\quad (-5x^2+20x)\cdot\pi=21{,}54\pi\quad(\text{I}=\text{II})\quad |:\pi$$

$$\Leftrightarrow\quad -5x^2+20x=21{,}54\quad |-21{,}54$$

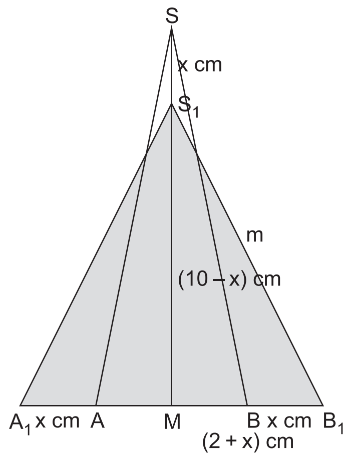
$$\Leftrightarrow\quad -5x^2+20x-21{,}54=0$$

Ausgangsform für die Lösungsformel
$a=-5$; $b=20$; $c=-21{,}54$

$$D=20^2-4\cdot(-5)\cdot(-21{,}54)=-30{,}8<0$$

$L=\varnothing$
Es gibt keinen solchen Zylinder.

98 a) Axialschnitt für $x=2$:



(Verkleinerte Darstellung im Maßstab 1 : 2)

Musterprüfung

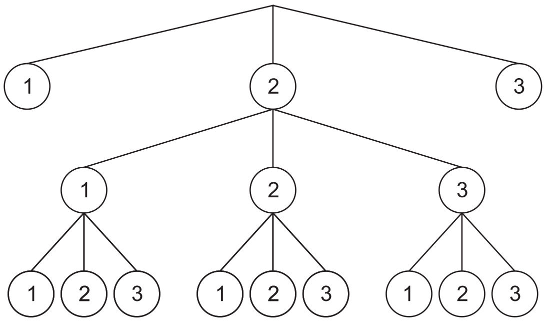
Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$$

Aufgabe A 1.2



Es sind nur alle Pfade von der Zahl 2 aus anzugeben.

Aufgabe A 1.3

$$\begin{aligned}P(3\,3\,2)+P(3\,2\,3)+P(2\,3\,3)&=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}\\&=\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}\\&=\frac{3}{27}\end{aligned}$$

Die Summe 8 kann nur durch die Zahlen 3, 3, 2 gebildet werden: $3+3+2$; $3+2+3$; $2+3+3$

Auch gleichwertige Lösungen wie z. B. $\frac{1}{9}$ oder $11,\overline{1}\ \%$ sind bei derartigen Aufgaben gültig.

Aufgabe A 2.1

Im rechtwinkligen Dreieck D_nCS gilt:

$$\tan\varphi=\frac{\left|\overline{CD_n}\right|}{\left|\overline{CS}\right|}\qquad\left|\ \cdot\left|\overline{CS}\right|\right.$$

$$\left|\overline{CD_n}\right|=\left|\overline{CS}\right|\cdot\tan\varphi$$

$$\left|\overline{CD_n}\right|(\varphi)=3\cdot\tan\varphi\ \text{cm}\qquad\varphi\in\,]0°;90°[$$

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2023

Teil A

Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1

Berechnung von $\overrightarrow{AB_1}$ für $x = 1{,}5$:

$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ -2 \cdot 1{,}5 + 6 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB_1} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3 \end{pmatrix}$

Überprüfung, ob die Vektoren $\overrightarrow{AB_1}$ und $\overrightarrow{AD}$ zueinander senkrecht sind:

$\overrightarrow{AB_1} \odot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 1{,}5 \\ 3 \end{pmatrix} \odot \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB_1} \odot \overrightarrow{AD} = 1{,}5 \cdot (-6) + 3 \cdot 2$

$\overrightarrow{AB_1} \odot \overrightarrow{AD} = -3 \neq 0$

Das Parallelogramm AB_1C_1D ist somit kein Rechteck.

Wenn das Parallelogramm AB_1C_1D ein Rechteck wäre, müssten $\overrightarrow{AB_1}$ und $\overrightarrow{AD}$ aufeinander senkrecht stehen. Es müsste also gelten:
$\overrightarrow{AB_1} \odot \overrightarrow{AD} = 0$.

Aufgabe A 2.1

Berechnung der Nullstelle der Funktion f:

$$
\begin{aligned}
& 0 = 3 \cdot 2^x - 24 \quad && |+24 \qquad x \in \mathbb{R} \\
\Leftrightarrow\ & 24 = 3 \cdot 2^x && |:3 \\
\Leftrightarrow\ & 8 = 2^x \\
\Leftrightarrow\ & x = 3
\end{aligned}
$$

$L = \{3\}$

Aufgabe A 2.2

Gleichung der Asymptote: $y = -24$

Aufgabe A 3.1

$P(10\ 10\ 10) = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$

Die drei Sektoren sind gleich groß, somit ist die Wahrscheinlichkeit für jeden Sektor $\frac{1}{3}$.
Da die „10“ in zwei Sektoren vorkommt, beträgt die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „10“ $\frac{2}{3}$.
Die „15“ kommt nur in einem Sektor vor, die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „15“ beträgt somit $\frac{1}{3}$.
