

2025

FOS · BOS 12

Fachabitur-Prüfung
mit Lösungen

Bayern

Mathematik Nichtklausur

**MEHR
ERFAHREN**



STARK

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Stichwortverzeichnis 2020 – 2023

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

1	Aufgabe der Beruflichen Oberschule	I
2	Die schriftliche Fachabiturprüfung in Mathematik	II
3	Arbeit mit diesem Buch	III
4	Inhalte und Schwerpunktthemen	IV
5	Operatoren	VII
6	Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	VIII

Original-Fachabituraufgaben

Fachabitur 2020 (Nichttechnik)

Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)	2020-1
Teil 1, Stochastik (ohne Hilfsmittel)	2020-7
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	2020-13
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	2020-22
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	2020-32
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	2020-38

Fachabitur 2021 (Nichttechnik)

Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)	2021-1
Teil 1, Stochastik (ohne Hilfsmittel)	2021-7
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	2021-12
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	2021-21

Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	2021-32
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	2021-39

Fachabitur 2022 (Nichttechnik)

Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)	2022-1
Teil 1, Stochastik (ohne Hilfsmittel)	2022-9
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	2022-13
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	2022-24
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	2022-33
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	2022-40

Fachabitur 2023 (Nichttechnik)

Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)	2023-1
Teil 1, Stochastik (ohne Hilfsmittel)	2023-9
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	2023-14
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	2023-25
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	2023-34
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	2023-41

Fachabitur 2024 (Nichttechnik) www.stark-verlag.de/mystark
 Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Musterprüfungen zum Fachabitur ab 2019 (online)

Musterprüfung I	www.stark-verlag.de/mystark
Teil 1, Analysis I (ohne Hilfsmittel)	M-1
Teil 1, Stochastik I (ohne Hilfsmittel)	M-8
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	M-12
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	M-23
Musterprüfung II	www.stark-verlag.de/mystark
Teil 1, Analysis II (ohne Hilfsmittel)	M-30
Teil 1, Stochastik II (ohne Hilfsmittel)	M-37
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	M-41
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	M-51

Autoren

Musterprüfungen: StD Friedrich Schmidt und StD Georg Ott

Lösungen zu den Original-Fachabituraufgaben (Nichttechnik): StD Georg Ott

Digitales Übungsmaterial zu diesem Buch



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil** lösen Sie online Aufgaben. Am besten gleich ausprobieren!

Den Zugangscode dazu finden Sie auf der Umschlaginnenseite.

Zum hilfsmittelfreien Prüfungsteil 1 der Prüfungen 2021 und 2022 bietet Ihnen die Plattform MySTARK Lernvideos, in denen die Lösungen zu allen Teilaufgaben Schritt für Schritt vorgerechnet werden.

Sitzen alle mathematischen Begriffe?

Unter www.stark-verlag.de finden Sie ein **kostenloses Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Weitere STARK-Angebote zur Vorbereitung auf das Fachabitur



Einen systematischen Leitfaden durch alle Inhalte des bayrischen Mathematik-Fachabiturs in den nichttechnischen Ausbildungsrichtungen finden Sie im „**Abitur-Skript**, Mathematik, Fachabitur Bayern, FOS/BOS 12 Nichttechnik“ (Bestell-Nr. 9200S2).

Kostenlose **Webinare** zur Prüfungsvorbereitung finden Sie ab Mitte März 2025 unter:
www.stark-verlag.de

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

das vorliegende Buch bietet Ihnen die Möglichkeit, sich optimal und zielgerichtet auf die **Fachabiturprüfung in Mathematik** vorzubereiten. Zugleich können Sie es als **unterrichtsbegleitendes Übungsbuch** einsetzen, das Sie bei der systematischen Vorbereitung auf Schulaufgaben im Fach Mathematik unterstützt.

- Mit dem Buch erhalten Sie die **offiziellen schriftlichen Prüfungsaufgaben zum Erwerb der Fachhochschulreife** (Nichttechnik) der letzten Jahre.
- Das **Stichwortverzeichnis** erlaubt Ihnen die gezielte Suche nach bestimmten Begriffen und Inhalten in den Fachabiturprüfungen.
- Die beiden **Musterprüfungen** auf MySTARK entsprechen der aktuellen Form der Fachabiturprüfung, wie sie seit 2019 gestellt wird.

Allen Aufgaben folgen **vollständige Lösungsvorschläge**. Zwischen der Angabe und den Lösungen sind zusätzlich für jede Teilaufgabe separate **Lösungshinweise** eingefügt. Sie erleichtern Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben, indem Sie Denkanstöße zur Lösung liefern, wenn Sie einmal beim Bearbeiten der Aufgaben ins Stocken geraten.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Fachabiturprüfung 2025 (Nichttechnik) vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu unter www.stark-verlag.de/mystark (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Wir hoffen, dass Sie sich mithilfe dieser Aufgabensammlung sehr gut auf die bevorstehende Fachabiturprüfung vorbereiten können, und wünschen Ihnen viel Erfolg!

Friedrich Schmidt
Georg Ott

2 Die schriftliche Fachabiturprüfung in Mathematik

2.1 Aufbau und Auswahl der Prüfungsaufgaben

Die Aufgaben werden einheitlich vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus gestellt. Die Prüfung ist in zwei Teile gegliedert:

- Teil 1: Die Bearbeitung erfolgt ohne Verwendung von Hilfsmitteln.
Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Teil 2: Die Bearbeitung erfolgt unter Verwendung von Hilfsmitteln (siehe Abschnitt 2.3). Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

Zwischen den beiden Prüfungsteilen ist eine Pause von 30 Minuten.

Jeder Teil setzt sich aus den beiden Aufgabengruppen A (Analysis) und S (Stochastik) zusammen.

In Teil 2 gibt es für jede Aufgabengruppe zwei Varianten (AI und AII bzw. SI und SII). Die Auswahl jeweils einer Variante trifft die Schule; die Schülerinnen und Schüler haben keine Wahlmöglichkeit.

In Teil 1 wird zentral nur eine Variante gestellt.¹

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist am Ende der Bearbeitungszeit mit abzugeben.

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen dürfen nur auf Papier, das den Stempel der Schule trägt, angefertigt werden.

2.2 Bewertung der Prüfungsaufgaben

Bei jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) angegeben.

Es sind maximal 100 BE zu erreichen. Diese werden wie folgt verteilt:

	Aufgaben- gruppe	Bewertungs- einheiten
Teil 1	A	22 BE
	S	12 BE
Teil 2	A	43 BE
	S	23 BE

¹ Bei dem von den Autoren erstellten Musterprüfungssatz zu diesem Buch besteht Teil 1 dennoch aus zwei Varianten pro Aufgabengruppe, um Ihnen zwei vollständige Prüfungen zum Üben zur Verfügung zu stellen.

Die erreichten Bewertungseinheiten werden nach dem folgenden Schlüssel den Punkten und Notenstufen zugeordnet:

Note	sehr gut			gut			befriedigend			ausreichend			mangelhaft		ungenügend	
Punkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Bewertungseinheiten	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	33	26	19
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	34	27	20	0

2.3 Zugelassene Hilfsmittel

Zugelassen ist die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik für Berufliche Oberschulen und eines der beiden Tabellenwerke zur Stochastik: „Stochastik-Tabellen“ v. Barth u. a. (München: Ehrenwirth-Verlag); „Tafelwerk zur Stochastik“ v. Wörle/Mühlbauer (München: Bayerischer Schulbuch-Verlag). Außerdem ist die Verwendung von elektronischen Taschenrechnern gestattet, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind.

Die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik wurde von den Fachmitarbeitern der Dienststellen der Ministerialbeauftragten für die Beruflichen Oberschulen des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus erarbeitet. Sie ist auf der Webseite des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung zu finden:

www.isb.bayern.de

3 Arbeit mit diesem Buch

Mit dem Buch erhalten Sie die **offiziellen schriftlichen Prüfungsaufgaben** zum Erwerb der Fachhochschulreife (Nichttechnik) der letzten Jahre, um sich optimal und zielgerichtet auf die Fachabiturprüfung in Mathematik vorzubereiten. Die Original-Aufgaben 2020 bis 2023 sind im Buch abgedruckt. Sobald die Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, stehen diese auf MySTARK zur Verfügung (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Zur weiteren Einübung der Prüfungsinhalte und insbesondere zur Simulation der Prüfungssituation dienen die beiden von den Autoren erstellten **Musterprüfungen** auf MySTARK. Der Aufgabensatz mit den Varianten AI und SI bzw. AII und SII stellt dabei jeweils eine vollständige Prüfung dar. Die Intention bei der Erstellung der Musterprüfungen war die Abdeckung eines möglichst breiten Spektrums an unterschiedlichen Aufgabenstellungen, ohne dabei den Anspruch auf Vollständigkeit hinsichtlich aller möglichen Aufgabentypen und Aufgabenvarianten zu erheben.

Eine zusätzliche Übungsmöglichkeit für den hilfsmittelfreien Teil bietet Ihnen das **interaktive Training** auf MySTARK.

Außerdem erhalten Sie dort Zugang zu **Lernvideos** zu ausgewählten Original-Prüfungen. In den Lernvideos werden die Teilaufgaben des hilfsmittelfreien Teils Schritt für Schritt vorgerechnet. Vor dem Ansehen der Lösungen ist es jedoch sinnvoll, die Aufgaben selbstständig zu lösen.

4 Inhalte und Schwerpunktthemen

In der folgenden Übersicht sind die wesentlichen Schwerpunktthemen für die schriftliche Fachabiturprüfung stichpunktartig aufgeführt. Diese Auflistung soll Ihnen einen Überblick über den prüfungsrelevanten Lehrstoff vermitteln, sie ersetzt jedoch nicht den ausführlichen Lehrplan für das Fach Mathematik. Die Zusammenstellung kann Ihnen bei der Vorbereitung auf die Fachabiturprüfung als Leitfaden für die verbindlichen Inhalte und wichtigsten mathematischen Begriffe dienen.

4.1 Analysis

Grundbegriffe bei reellen Funktionen

Grundlagen

- Reelle Funktionen: Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph
- Lineare Funktionen und lineare Ungleichungen
- Quadratische Funktionen und quadratische Ungleichungen

Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)

- Verknüpfung von Funktionen: Summe, Differenz, Produkt und Quotient
- Nullstellenbestimmung unter Verwendung von Polynomdivision und Substitution
- Faktorisierung des Funktionsterms und Vielfachheit der Nullstellen
- Schnittpunkte von Funktionsgraphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \rightarrow \pm\infty$
- Symmetrie des Funktionsgraphen (Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung)
- Geraden- und Parabelscharen

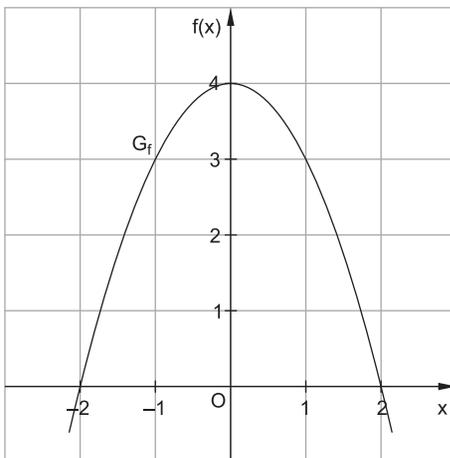
Exponentialfunktion und Logarithmus

- Eigenschaften der Funktion $f: x \mapsto a \cdot b^{c \cdot (x-d)} + y_0$ mit $b > 0$
- Einfluss der Parameter a , b , c , d und y_0 auf den Graphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \rightarrow \pm\infty$
- Lösen von Exponentialgleichungen unter Verwendung des Logarithmus und der Rechenregeln für Logarithmen
- Exponentielles Wachstum bzw. exponentielle Abnahme

Aufgabenstellung

BE

- 1.0 Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$ mit der Definitionsmenge $D_g = [-3; 3]$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet.
- 1.1 Untersuchen Sie den Graphen der Funktion g auf Symmetrie zum Koordinatensystem. 2
- 1.2 Ermitteln Sie alle Extremstellen der Funktion g . 4
- 2.0 Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f zweiten Grades mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$.



- 2.1 Der Graph der Funktion f und die x -Achse schließen ein endliches Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts dieses Flächenstücks. 4

2.2 Die Funktion F mit der Definitionsmenge $D_F = \mathbb{R}$ ist eine Stammfunktion von f . Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_F bezeichnet.

Beschreiben Sie den Globalverlauf des Graphen G_F in Worten. Gehen Sie auch auf das Monotonieverhalten, die Lage und die Art der Extremstellen sowie auf die Lage der Wendestelle von F ein.

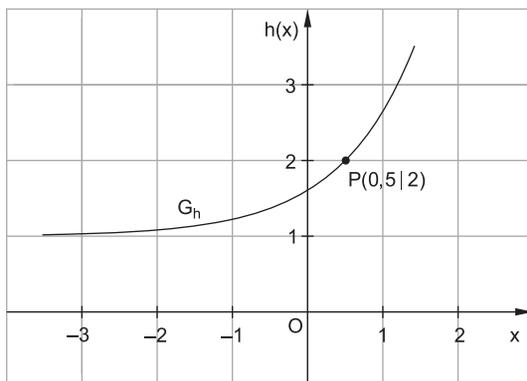
4

3 Lösen Sie die folgende Gleichung über der Grundmenge der reellen Zahlen.

$$(e^x)^2 - 25 = 0$$

3

4.0 Die folgende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen G_h einer Exponentialfunktion h mit der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$. Der zugehörige Funktionsterm besitzt die Form $h(x) = e^{x+d} + y_0$ mit $d, y_0 \in \mathbb{R}$.



4.1 Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung nachvollziehbar die Werte der Parameter d und y_0 .

3

4.2 Entscheiden Sie anhand des Graphen der Funktion h , ob die nachfolgende Aussage wahr oder falsch ist. Veranschaulichen Sie Ihre Überlegungen dazu in der Abbildung unter 4.0.

$$\int_{-1}^1 (2 - h(x)) \, dx > 0$$

2
22

Teilaufgabe 1.1

Zeigen Sie, dass $g(-x) = g(x)$ für alle $x \in D_g$ gilt.

Schließen Sie daraus auf das Symmetrieverhalten von G_g .

Teilaufgabe 1.2

An Extremstellen wechselt das Monotonieverhalten der Funktion g , das Sie mithilfe der 1. Ableitung g' ermitteln.

Ein Vorzeichenwechsel von g' bedeutet einen Wechsel des Monotonieverhaltens von g .

Teilaufgabe 2.1

Ermitteln Sie die Scheitelform $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$ der ganzrationalen Funktion zweiten Grades.

Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts unter Verwendung des bestimmten Integrals.

Teilaufgabe 2.2

Für die Stammfunktion F und die Funktion f gilt der Zusammenhang $F'(x) = f(x)$.

Das Vorzeichen von f bestimmt das Monotonieverhalten von F .

Ermitteln Sie mit einer Vorzeichentabelle die Intervalle, auf denen $f(x) > 0$ bzw. $f(x) < 0$ gilt.

Aus der Änderung des Monotonieverhaltens ergibt sich die Art der Extrempunkte des Graphen von F .

Schließen Sie mithilfe des Monotonieverhaltens des Graphen von f auf den Globalverlauf (Verhalten der Funktionswerte für $x \rightarrow \infty$ und $x \rightarrow -\infty$) der Funktion F .

Extremstellen der Funktion f sind Wendestellen der Stammfunktion F .

Teilaufgabe 3

Stellen Sie die quadratische Gleichung um und ziehen Sie die Wurzel.

Untersuchen Sie die beiden Gleichungen und lösen Sie sie gegebenenfalls durch beidseitiges Logarithmieren und Anwendung der Logarithmenregeln.

Teilaufgabe 4.1

Der Graph G_h besitzt die waagrechte Asymptote $y = 1$ und verläuft durch den Punkt $P(0,5 | 2)$. Ermitteln Sie damit die Werte der Parameter d und y_0 .

Teilaufgabe 4.2

Kennzeichnen Sie in der Abbildung die beiden Flächen, die der Graph G_h und die Gerade $y=2$ in den Grenzen von $x=-1$ bis $x=1$ einschließen.

Entscheiden Sie, welches Integral in der Summe

$$\int_{-1}^{0,5} (2-h(x)) dx + \int_{0,5}^1 (2-h(x)) dx$$

einen positiven bzw. negativen Wert besitzt, und folgern Sie daraus, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

1.1 Symmetrieverhalten

Es gilt für alle $x \in D_g$:

$$g(-x) = -\frac{1}{4} \cdot (-x)^4 + 2 \cdot (-x)^2$$

$$g(-x) = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2$$

$$g(-x) = g(x)$$

Die Voraussetzung der symmetrischen Definitionsmenge ist wegen

$D_g = [-3; 3]$ erfüllt.

$\Rightarrow G_g$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

1.2 Erste Ableitung

$$g'(x) = -x^3 + 4x$$

Relative Extremstellen

Notwendige Bedingung: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow$

$$-x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow$$

$$x(-x^2 + 4) = 0$$

Mit dem Satz vom Nullprodukt (Nullproduktregel) folgt:

$$x = 0 \quad \vee \quad -x^2 + 4 = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x^2 = 4 \quad \Leftrightarrow$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -2 \quad \vee \quad x = 2$$

$x = -2$, $x = 0$ und $x = 2$ sind jeweils einfache Nullstellen von g' (mit Vorzeichenwechsel) und somit Extremstellen von g . Außerdem besitzt g aufgrund der Definitionsmenge die beiden Randextremstellen $x = -3$ und $x = 3$.

2.1 Scheitelform einer ganzrationalen Funktion zweiten Grades:

$$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S; \quad a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

Die Parabel besitzt den Scheitelpunkt $S(0|4)$ und den Schnittpunkt $N(2|0)$ mit der x-Achse.

Mit $S(0|4)$ ergibt sich:

$$f(x) = a(x - 0)^2 + 4$$

$$f(x) = ax^2 + 4$$

Mit $N(2|0)$ ergibt sich:

$$0 = a \cdot 2^2 + 4 \Leftrightarrow$$

$$-4a = 4 \quad \Leftrightarrow$$

$$a = -1$$

Funktionsgleichung von f:

$$f(x) = -x^2 + 4$$

Die Integrationsgrenzen können der Zeichnung entnommen werden.

$$A = \int_{-2}^2 f(x) dx$$

$$A = 2 \cdot \int_0^2 (-x^2 + 4) dx \quad (\text{y-Achsensymmetrie von } G_f)$$

$$A = 2 \cdot \left[-\frac{1}{3}x^3 + 4x \right]_0^2$$

$$A = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \cdot 8 + 4 \cdot 2 - 0 \right)$$

$$A = 2 \cdot \left(-\frac{8}{3} + \frac{24}{3} \right)$$

$$A = 2 \cdot \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$$

2.2 Die Funktion F ist eine Funktion dritten Grades und eine Stammfunktion von f.

Es gilt: $F'(x) = f(x)$

f besitzt die beiden einfachen Nullstellen $x = -2$ und $x = 2$.

Bestimmung der maximalen Monotonieintervalle

Hinreichende Bedingung (Vorzeichentabelle):

x	$x < -2$	$x = -2$	$-2 < x < 2$	$x = 2$	$x > 2$
f(x)	-	0	+	0	-
G_f	↘	T	↗	H	↘

Somit ergibt sich:

G_f ist streng monoton fallend im Intervall $]-\infty; -2]$ und im Intervall $[2; \infty[$.

G_f ist streng monoton steigend im Intervall $[-2; 2]$.

$x = -2$ ist Minimalstelle von F

$x = 2$ ist Maximalstelle von F.

TIPP Bei maximalen Monotonieintervallen sind die Randstellen einzuschließen, sofern die Funktion dort definiert ist.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK