2025

# FOS · BOS 12

Fachabitur-Pr
mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik Tec

+ *CAS-Aufgaben*

PDF

STARK

# Inhaltsverzeichnis

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

## Musterprüfungen zum Fachabitur ab 2019 (online)

## Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung mit CAS (online)



## Original-Fachabituraufgaben mit CAS (online)

# Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

Sie haben zwei lehrreiche Jahre an der FOS bzw. ein Jahr an der BOS absolviert und werden eine schriftliche Prüfung im Fach Mathematik ablegen. Bei der Vorbereitung auf die Abschlussprüfungen wird Ihnen dieses Buch eine gute Hilfe sein.

Mit dem Buch erhalten Sie:

- **offizielle schriftliche Fachabituraufgaben** für die technische Ausbildungsrichtung
- zwei **Musterprüfungen**, um Ihnen weitere Übungsmöglichkeiten für die Fachabiturprüfung zu geben

Zu jeder Aufgabe folgen **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie zusätzliche **Lösungshinweise**, die Ihnen das eigenständige Lösen der Aufgaben erleichtern. Die angeführten Lösungen sind dabei als **möglicher, aber keineswegs einziger Weg** zum Erreichen des Ergebnisses zu sehen.

Das Ziel der Arbeit mit dem Buch besteht darin, dass Sie die Problemstellungen weitgehend selbstständig bearbeiten können und die beschriebenen Lösungswege nur noch zur Kontrolle Ihrer eigenen Ergebnisse nutzen. Wenn Sie dieses Ziel erreicht haben, sind Sie gut auf die bevorstehende Prüfung vorbereitet.

Darüber hinaus können Sie dieses Buch **unterrichtsbegleitend** bei der systematischen Vorbereitung auf Schulaufgaben einsetzen, da Ihr Fachlehrer oder Ihre Fachlehrerin hier auch immer die Fachabiturprüfung im Blick haben wird.

Die Autoren und der Verlag wünschen Ihnen für Ihre Prüfungen viel Erfolg!

## 2.1 Aufbau und Auswahl der Prüfungsaufgaben

Die Aufgaben werden einheitlich vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus gestellt. Die Prüfung ist in zwei Teile gegliedert:

- Teil 1 wird ohne Hilfsmittel bearbeitet, d. h. ohne Merkhilfe und ohne Taschenrechner. Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Teil 2 wird mit Hilfsmittel bearbeitet (siehe Abschnitte 3.3 und 3.4).
  Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

Jeder Teil setzt sich aus den beiden Aufgabengruppen A (Analysis) und G (Lineare Algebra / Analytische Geometrie) zusammen.

In Teil 2 gibt es für jede Aufgabengruppe zwei Varianten (AI und AII bzw. GI und GII). Die Auswahl jeweils einer Variante trifft die Schule; die Schülerinnen und Schüler haben keine Wahlmöglichkeit.

In Teil 1 wird zentral nur eine Variante gestellt.[1]

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist am Ende der Bearbeitungszeit mit abzugeben. Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen dürfen nur auf Papier, das den Stempel der Schule trägt, angefertigt werden.

## 2.2 Bewertung der Prüfungsaufgaben

Bei jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) angegeben.
Es sind maximal 100 BE zu erreichen. Diese werden wie folgt verteilt:

| | Aufgabengruppe | Bewertungseinheiten |
|---|---|---|
| Teil 1 | A | 22 BE |
| | G | 12 BE |
| Teil 2 | A | 43 BE |
| | G | 23 BE |

1 Der Musterprüfungssatz zu diesem Buch besteht in Teil 1 dennoch aus zwei Varianten pro Aufgabengruppe, um Ihnen zwei vollständige Prüfungen zum Üben zur Verfügung zu stellen.

Die erreichten Bewertungseinheiten werden nach dem folgenden Schlüssel den Punkten und Notenstufen zugeordnet:

| Note | sehr gut | | | gut | | | befriedigend | | | ausreichend | | | mangelhaft | | | ungenügend |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | 15 | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| Bewertungs-einheiten | 100<br>⋮<br>96 | 95<br>⋮<br>91 | 90<br>⋮<br>86 | 85<br>⋮<br>81 | 80<br>⋮<br>76 | 75<br>⋮<br>71 | 70<br>⋮<br>66 | 65<br>⋮<br>61 | 60<br>⋮<br>56 | 55<br>⋮<br>51 | 50<br>⋮<br>46 | 45<br>⋮<br>41 | 40<br>⋮<br>34 | 33<br>⋮<br>27 | 26<br>⋮<br>20 | 19<br>⋮<br>0 |

### 2.3 Zugelassene Hilfsmittel (Prüfung ohne CAS)

Zugelassen ist die Merkhilfe Mathematik/Technik für Berufliche Oberschulen bzw. eine diese enthaltende zugelassene Formelsammlung. Außerdem ist die Verwendung von elektronischen Taschenrechnern gestattet, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind.

Die Merkhilfe Mathematik/Technik wurde von den Fachmitarbeitern der Dienststellen der Ministerialbeauftragten für die Beruflichen Oberschulen des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus erarbeitet. Sie ist auf der Website des Staatinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung (www.isb.bayern.de) zu finden.

## 3 Arbeit mit diesem Buch

Mit diesem Buch erhalten Sie die **Original-Fachabiturprüfungen ab 2020**. Die Original-Aufgaben 2020 bis 2023 für die Prüfung ohne CAS sind im Buch abgedruckt. Sobald die Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, stehen diese auf der Plattform MySTARK zur Verfügung (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite). Dort finden Sie zudem Original-Aufgaben für die Prüfung mit CAS.

Eine zusätzliche Übungsmöglichkeit für den hilfsmittelfreien Teil bietet Ihnen das ebenfalls auf MySTARK abrufbare **interaktive Training**.

Zur weiteren Einübung der Prüfungsinhalte und insbesondere zur Simulation der Prüfungssituation dienen die **Musterprüfungen** auf MySTARK, die der Form der Fachabiturprüfung (ohne CAS) ab 2019 entsprechen. Der Aufgabensatz mit den Varianten AI und GI bzw. AII und GII stellt dabei jeweils eine vollständige Prüfung dar. Die Musterprüfungen decken ein möglichst breites Spektrum an unterschiedlichen Aufgabenstellungen ab, erheben aber nicht den Anspruch auf Vollständigkeit hinsichtlich aller möglichen Aufgabentypen und -varianten.

## 4 Inhalte und Schwerpunktthemen

In der folgenden Übersicht sind die wesentlichen Schwerpunktthemen für die schriftliche Fachabiturprüfung stichpunktartig aufgeführt. Diese Auflistung soll Ihnen einen Überblick über den prüfungsrelevanten Lehrstoff vermitteln, sie ersetzt jedoch nicht den ausführlichen Lehrplan für das Fach Mathematik. Die Zusammenstellung kann Ihnen bei der Vorbereitung auf die Fachabiturprüfung als Leitfaden für die verbindlichen Inhalte und wichtigsten mathematischen Begriffe dienen.

### 4.1 Analysis

*Grundbegriffe bei reellen Funktionen*

Grundlagen
- Reelle Funktionen: Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph
- Lineare Funktionen und lineare Ungleichungen
- Quadratische Funktionen und quadratische Ungleichungen

Ganzrationale Funktionen und Funktionsscharen
- Verknüpfung von Funktionen: Summe, Differenz, Produkt
- Nullstellenbestimmung unter Verwendung von Polynomdivision und Substitution
- Faktorisierung des Funktionsterms und Vielfachheit der Nullstellen
- Schnittpunkte von Funktionsgraphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \to \pm\infty$
- Symmetrie des Funktionsgraphen (Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung)

Exponentialfunktion und Logarithmus
- Eigenschaften der Funktion $f\colon x \mapsto a \cdot e^{c \cdot (x-d)} + y_0$ mit $b > 0$
- Einfluss der Parameter a, b, c, d und $y_0$ auf den Graphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \to \pm\infty$
- Lösen von Exponentialgleichungen unter Verwendung der Logarithmusgesetze
- Exponentielles Wachstum bzw. exponentielle Abnahme

*Differenzialrechnung*
- Differenzenquotient, Differenzialquotient und Ableitungsfunktion
- Lokale und mittlere Änderungsrate
- Tangente
- Zusammenhang zwischen den Graphen von Funktionen und deren Ableitungsfunktionen
- Ableitung einer Funktion mit konstantem Faktor, Summenregel, Produktregel, Kettenregel
- Ableitung von ganzrationalen Funktionen (auch mit Parameter)
- Ableitung von einfachen Funktionen, die als Produkt, Summe oder Verkettung von Exponential- und Polynomfunktionen entstehen (ohne Parameter)

*Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung*

- Monotoniedefinition, Monotoniekriterium, maximale Monotonieintervalle
- Links- und Rechtskrümmung, maximale Krümmungsintervalle
- Extrempunkte, Wendepunkte, Randextrema und absolute Extrema
- Kurvendiskussion von ganzrationalen Funktionen (auch mit Parameter) und einfachen Funktionen, die als Produkt, Summe oder Verkettung von Exponentialfunktionen und linearen bzw. quadratischen Funktionen entstehen
- Aufstellen eines Funktionsterms bei vorgegebenen Eigenschaften
- Anwendungsaufgaben, Optimierungsaufgaben

*Integralrechnung*

- Stammfunktion einer Funktion
- Unbestimmtes Integral
- Berechnung von Stammfunktionen für ganzrationale Funktionen sowie für einfache Funktionen, deren Term Exponentialfunktionen enthält, unter Verwendung von

  $\int e^{ax+b}\,dx$
- Definition und Eigenschaften des bestimmten Integrals
- Deutung des bestimmten Integrals als Flächenbilanz
- Berechnung von Flächeninhalten mithilfe des bestimmten Integrals

## 4.2 Lineare Algebra / Analytische Geometrie

*Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$*

- Geometrischer Vektor als Menge aller parallelgleichen Pfeile
- Repräsentant eines Vektors
- Nullvektor, Gegenvektor
- Addition von Vektoren, S-Multiplikation und deren Rechengesetze
- Punkte und Ortsvektoren, Koordinatensysteme, Koordinaten
- Addition und S-Multiplikation in Koordinatenschreibweise

*Lineare Unabhängigkeit von Vektoren im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$, lineare Gleichungssysteme*

- Linearkombination von Vektoren
- Lösen eines linearen Gleichungssystems mit höchstens vier Unbekannten und höchstens drei Gleichungen mit dem Gauß-Algorithmus
- Lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit von Vektoren
- Basis eines reellen Vektorraums
- Anwendungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen

*Produkte von Vektoren*
- Skalarprodukt zweier Vektoren
- Längen- und Winkelberechnungen
  - Betrag eines Vektors
  - Entfernung zweier Punkte
  - Winkel zwischen zwei Vektoren
  - orthogonale Vektoren
- Vektorprodukt zweier Vektoren im $\mathbb{R}^3$, Normalenvektor
- Spatprodukt dreier Vektoren im $\mathbb{R}^3$
- Flächen- und Volumenberechnungen

*Geometrische Anwendungen*
- Geraden und Ebenen
  - vektorielle Parameterform
  - Normalenform
  - Koordinatenform
  - Achsenabschnittsform
- Lage im Koordinatensystem
  - Koordinaten der Spurpunkte von Geraden
  - Koordinaten der Achsenschnittpunkte von Ebenen
  - Gleichungen der Spurgeraden von Ebenen
  - Schrägbildskizzen
- Lagebeziehung von Punkten, Geraden und Ebenen
- Schnittpunkt, Schnittgerade, Schnittwinkel
- Abstandsberechnungen zwischen Punkten, Geraden und Ebenen
- Lotgerade, Lotebene, Lotfußpunkt
- Spiegelpunkt

Bitte beachten Sie: Aufgrund des durch COVID-19 bedingten Unterrichtsausfalls waren in den Fachabiturprüfungen 2021 bis 2023 nicht alle Inhalte prüfungsrelevant. Seit der Fachabiturprüfung 2024 gibt es keine Einschränkungen mehr.

## Bayern ▪ FOS · BOS 12 ▪ Fachabiturprüfung 2023

Mathematik (Technik) – Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)

### Aufgabenstellung

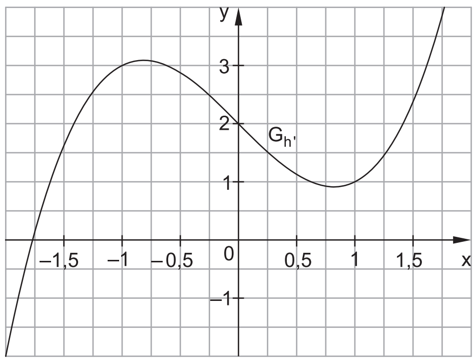
BE

**1.0** Von einer in $D_f = \mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f ist die Funktionsgleichung der zweiten Ableitungsfunktion f'' bekannt: $f''(x) = 3x^2 - 3$. Der Graph von f hat den Wendepunkt $W(1 \mid y_W)$, die Gleichung der zugehörigen Wendetangente lautet $y = 2$.

**1.1** Begründen Sie, warum es sich bei dem Wendepunkt W um einen Terrassenpunkt handelt. 1

**1.2** Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung von f. 6

**2.0** Die nebenstehende Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Graphen $G_{h'}$ der ersten Ableitungsfunktion h' einer ganzrationalen Funktion h. Für die Definitionsmengen gilt: $D_h = D_{h'} = \mathbb{R}$. h' ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades. Die Graphen von h' und h besitzen an der Stelle $x_0 = 0$ einen gemeinsamen Punkt. Der Graph von h wird mit $G_h$ bezeichnet.




**2.1** Gegeben sind die folgenden Aussagen zum Graphen der Funktion h.

Kreuzen Sie für jede Aussage an, ob diese **richtig** oder **falsch** ist oder ob aufgrund der vorliegenden Informationen keine Angabe über den Wahrheitsgehalt der Aussage möglich ist (**nicht entscheidbar**).

*Hinweis zur Bewertung:*
*Mehr als ein gesetztes Kreuz pro Aussage führt zu 0 BE als Bewertung für die entsprechende Aussage. Für ein korrekt gesetztes Kreuz erhält man +1 BE, für ein falsch gesetztes Kreuz erhält man 0,5 BE Abzug. Im ungünstigsten Fall wird die gesamte Teilaufgabe mit 0 BE bewertet.*

| **Aussagen** | **richtig** | **falsch** | **nicht entscheidbar** |
|---|---|---|---|
| $G_h$ besitzt einen Hochpunkt. | | | |
| $G_h$ besitzt genau einen absoluten Extrempunkt. | | | |
| $G_h$ ist in $[-0{,}5;\, 0{,}5]$ rechtsgekrümmt. | | | |

3

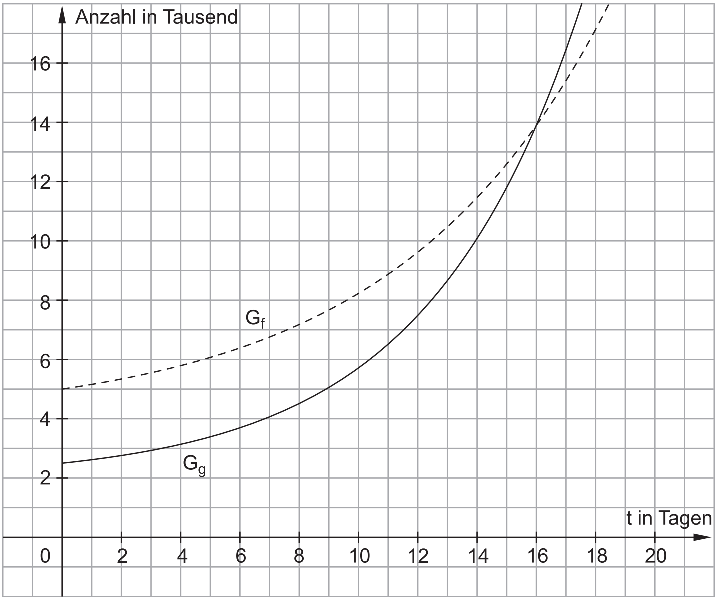
**2.2** Begründen Sie für die beiden folgenden Aussagen jeweils, ob die Aussage wahr oder falsch ist oder ob eine Angabe über den Wahrheitsgehalt der Aussage aufgrund der vorliegenden Informationen nicht möglich ist.

Aussage 1: „$G_h$ verläuft für $x > 0$ vollständig im I. Quadranten des Koordinatensystems.“

Aussage 2: „Der Graph der 2. Ableitungsfunktion $h''$ ist in ganz $\mathbb{R}$ linksgekrümmt.“ 6

**2.3** Ermitteln Sie eine Funktionsgleichung der Tangente an $G_h$ an der Stelle $x_0 = 0$. 2

**3.0** In zwei landwirtschaftlichen Betrieben mit Legehennen in Frankreich und Großbritannien ist eine Krankheit ausgebrochen. Die Gesamtzahl an insgesamt erkrankten Legehennen im jeweiligen Betrieb wird durch die Funktionen f (Betrieb in Frankreich) und g (Betrieb in Großbritannien) in Einheiten von 1000 in Abhängigkeit von der Zeit t in Tagen modelliert. Der Zeitpunkt $t_0 = 0$ bezieht sich dabei auf den Zeitpunkt der ersten Zählung erkrankter Legehennen. Die folgende Abbildung zeigt Ausschnitte der zugehörigen Funktionsgraphen $G_f$ und $G_g$.




In beiden Ländern wurden unverzüglich nach der ersten Zählung unterschiedliche Maßnahmen zur Bekämpfung der Krankheit ergriffen. Dies führte dazu, dass die Ausbreitung des Erregers in den beiden Ländern mit unterschiedlicher Geschwindigkeit erfolgte.

**3.1** Geben Sie an, wie viele Legehennen in etwa zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ im Betrieb in Frankreich mehr erkrankt waren als im Betrieb in Großbritannien. 1

**3.2** Nach 16 Tagen ist die Anzahl der erkrankten Legehennen in beiden Betrieben gleich groß, die momentanen Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Krankheit sind aber unterschiedlich. In dem Betrieb in Frankreich beträgt die momentane Ausbreitungsgeschwindigkeit nach 16 Tagen ungefähr 1400 Legehennen pro Tag. Ermitteln Sie näherungsweise, um wieviel die momentane Ausbreitungsgeschwindigkeit der Krankheit zu diesem Zeitpunkt in Großbritannien größer ist als in Frankreich. 3

22

**TIPP** **Lösungshinweise – Teil 1, Analysis**

**Teilaufgabe 1.1**

Begründen Sie mithilfe des Steigungswertes eines Terrassenpunktes.

**Teilaufgabe 1.2**

Nutzen Sie die Steigung der Wendetangente.

Verwenden Sie die Koordinaten des Wendepunktes W.

**Teilaufgabe 2.1**

*Aussage 1:* Entscheiden Sie mithilfe der Nullstelle von h'.

*Aussage 2:* Nutzen Sie das Vorzeichen des Formfaktors (bzw. des Leitkoeffizienten) der Funktion h', um eine Aussage über das Globalverhalten des Graphen der Funktion h zu machen.

*Aussage 3:* Entscheiden Sie mithilfe des Steigungsverhaltens des Graphen der Funktion h' im angegebenen Intervall.

**Teilaufgabe 2.2**

*Aussage 1:* Argumentieren Sie mithilfe des gemeinsamen Schnittpunktes der Graphen von h und h' sowie dem Vorzeichen von h'(x).

*Aussage 2:* Argumentieren Sie mithilfe des Vorzeichens des Formfaktors (bzw. des Leitkoeffizienten) der Funktion h' und schließen Sie auf die Form des Graphen der Funktion h''.

**Teilaufgabe 2.3**

Nutzen Sie die Koordinaten des gemeinsamen Punktes der Graphen von h und h'.

**Teilaufgabe 3.1**

Entnehmen Sie die entsprechenden Werte der Abbildung.

**Teilaufgabe 3.2**

Zeichnen Sie die Tangente an den Graphen der Funktion g ein und entnehmen Sie Ihrer Zeichnung die Tangentensteigung mithilfe eines geeigneten Steigungsdreiecks.

**1.1** Da die (waagrechte) Wendetangente $y=2$ die Steigung $m=0$ besitzt, ist der Wendepunkt W ein Terrassenpunkt.

**1.2** Aus $f''(x)=3x^2-3$ folgt:

$f'(x)=x^3-3x+c \quad \text{mit } c\in\mathbb{R}$

Da der Wendepunkt $W(1\,|\,y_W)$ ein Terrassenpunkt ist, gilt:

$$\begin{aligned} f'(1)&=0\\ 1^3-3\cdot 1+c&=0\\ c&=2 \end{aligned}$$

Somit folgt:

$f'(x)=x^3-3x+2$

Dann gilt für die Funktion f:

$f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+2x+d \quad \text{mit } d\in\mathbb{R}$

Mit den Koordinaten des Wendepunktes $W(1\,|\,2)$ folgt dann:

$$\begin{aligned} f(1)&=2\\ \frac{1}{4}\cdot 1^4-\frac{3}{2}\cdot 1^2+2\cdot 1+d&=2\\ \frac{1}{4}-\frac{3}{2}+2+d&=2 \qquad \Big|-2\\ \frac{1}{4}-\frac{6}{4}+d&=0\\ -\frac{5}{4}+d&=0\\ d&=\frac{5}{4} \end{aligned}$$

Somit erhält man:

$f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2+2x+\frac{5}{4}$

*Alternative:*
Da f'' eine ganzrationale Funktion vom Grad 2 ist, muss f eine ganzrationale Funktion vom Grad 4 sein. Daher gilt allgemein:

$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e \quad \text{mit } a, b, c, d, e\in\mathbb{R} \text{ und } a\neq 0$

Dann gilt für die 1. und 2. Ableitung:

$f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+d \quad \text{und} \quad f''(x)=12ax^2+6bx+2c$

Da aber $f''(x) = 3x^2 - 3$ gilt, folgt durch Koeffizientenvergleich:

$$12a = 3 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1}{4}$$
$$6b = 0 \quad \Rightarrow \quad b = 0$$
$$2c = -3 \quad \Rightarrow \quad c = -\frac{3}{2}$$

Somit erhält man:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + dx + e \quad \text{und} \quad f'(x) = x^3 - 3x + d$$

Da der Wendepunkt $W(1 \mid y_W)$ ein Terrassenpunkt ist, gilt:

$$\begin{aligned} f'(1) &= 0 \\ 1^3 - 3 \cdot 1 + d &= 0 \\ d &= 2 \end{aligned}$$

Somit folgt:

$$f'(x) = x^3 - 3x + 2 \quad \text{und} \quad f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + e$$

Mit den Koordinaten des Wendepunktes $W(1 \mid 2)$ folgt dann:

$$\begin{aligned} f(1) &= 2 \\ \frac{1}{4} \cdot 1^4 - \frac{3}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + e &= 2 \\ \frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 2 + e &= 2 \qquad \left| -2 \right. \\ \frac{1}{4} - \frac{6}{4} + e &= 0 \\ -\frac{5}{4} + e &= 0 \\ e &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Somit erhält man:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{3}{2}x^2 + 2x + \frac{5}{4}$$

**2.1**

| **Aussagen** | **richtig** | **falsch** | **nicht entscheidbar** |
|---|---|---|---|
| $G_h$ besitzt einen Hochpunkt. | | ✗ | |
| $G_h$ besitzt genau einen absoluten Extrempunkt. | ✗ | | |
| $G_h$ ist in $[-0{,}5; 0{,}5]$ rechtsgekrümmt. | ✗ | | |

*Begründungen (nicht verlangt):*
Die Aussage „$G_h$ besitzt einen Hochpunkt" ist **falsch**.
Begründung für „$G_h$ besitzt keinen relativen Hochpunkt":
Der Graph $G_{h'}$ besitzt nur die Nullstelle $x \approx -1{,}8$. Diese hat einen Vorzeichenwechsel von „–" nach „+". Somit ändert der Graph der Funktion h an dieser Stelle sein Monotonieverhalten von „fallend" auf „steigend". Folglich hat der Graph der Funktion h an der Stelle $x \approx -1{,}8$ einen relativen Tiefpunkt.

Begründung für „$G_h$ besitzt keinen absoluten Hochpunkt":
Da h' eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit positivem Formfaktor (bzw. Leitkoeffizient) ist, ist h eine ganzrationale Funktion vierten Grades (mit ebenfalls positivem Formfaktor bzw. Leitkoeffizient). Für diese gilt $h(x) \to \infty$ für $x \to \pm\infty$ in der Definitionsmenge $D_h = \mathbb{R}$. Somit kann es keinen absoluten Hochpunkt geben.

Die Aussage „$G_h$ besitzt genau einen absoluten Extrempunkt" ist **richtig**.
Begründung: Da $G_h$ in $D_h = \mathbb{R}$ nur genau einen relativen Tiefpunkt besitzt, ist dieser ein absoluter Tiefpunkt. Ein absoluter Hochpunkt liegt nach obiger Begründung nicht vor.

Die Aussage „$G_h$ ist in $[-0{,}5; 0{,}5]$ rechtsgekrümmt" ist **richtig**.
Begründung: Da der Graph der Funktion h' im Intervall $[-0{,}5; 0{,}5]$ streng monoton fällt, muss die erste Ableitung von h', also h'', ein negatives Vorzeichen haben. Also gilt in diesem Intervall: $(h'(x))' = h''(x) < 0$

**2.2** Aussage 1 ist **richtig**.
Begründung: Da sich (nach Angabe) die Graphen der Funktionen h und h' an der Stelle $x_0 = 0$ auf der y-Achse schneiden, gilt $h'(0) = h(0) = 2$ (Schnittpunkt $S(0 \mid 2)$). Da $h'(x) > 0$ für alle $x > 0$ (siehe Abbildung), muss der Graph der Funktion h für alle $x > 0$ streng monoton steigend verlaufen. Somit müssen die Funktionswerte h(x) stets größer werden. Insbesondere gilt dann, dass für alle $x > 0$ gilt: $h(x) > 2$. Somit kann der Graph der Funktion h für alle $x > 0$ nur (vollständig) im I. Quadranten verlaufen.

Aussage 2 ist **richtig**.
Begründung: Die Funktion h' ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit positivem Formfaktor (bzw. Leitkoeffizient). Somit ist die Funktion h'' eine ganzrationale Funktion zweiten Grades mit ebenfalls positivem Formfaktor (bzw. Leitkoeffizient). Der Graph der Funktion h'' entspricht somit einer nach oben geöffneten Parabel, die in ganz $\mathbb{R}$ linksgekrümmt ist.

*Alternative:*
Die Funktion h' ist eine ganzrationale Funktion dritten Grades mit positivem Formfaktor (bzw. Leitkoeffizient). Also gilt: $h'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $a > 0$

Dann folgt: $h''(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ und $(h''(x))' = 6ax + 2b$

Für die 2. Ableitung der Funktion h'' gilt daher: $(h''(x))'' = 6a > 0$

Wegen $(h''(x))'' > 0$ ist der Graph der Funktion h'' linksgekrümmt.