2025

Wirtschaf

Original-Prüf

MEHR ERFAHREN

Bayern

Mathematik

+ Zugelassene Merkhilfe

PDF

STARK

Inhalt

Abschlussprüfung 2022

Abschlussprüfung 2023

Abschlussprüfung 2024 . . . . www.stark-verlag.de/mystark

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, kannst du sie als PDF auf der Plattform MySTARK herunterladen (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

PDF-Download

Autorin und Autor:

Lösungen der Abschlussprüfungen im Buch:
Johann Müller (2019 – 2023)

PDF-Download:
Musterprüfung; Lösungen Abschlussprüfungen, offizielle Musterprüfung:
Johann Müller

Hinweise

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit diesem Buch kannst du dich ideal auf die **Abschlussprüfung** im Fach **Mathematik** vorbereiten. Das Buch enthält die **Original-Abschlussprüfungen** der Jahrgänge 2019 – 2023. Die **Original-Abschlussprüfungen** der Jahrgänge 2010 – 2018 und des **Jahrgangs 2024** (nach der Freigabe zur Veröffentlichung) sowie zwei Musterprüfungen sind als PDF-Download verfügbar (Zugangscode auf der Umschlaginnenseite).

Die Abschlussprüfung wird zentral vom Kultusministerium für alle bayerischen Wirtschaftsschulen gestellt. Sie wird in zwei Teile gegliedert:

- ***Prüfungsteil A:*** Aufgabenteil ohne Taschenrechner
  Teil A besteht aus kurzen Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten. Teil A ist für alle Schülerinnen und Schüler verpflichtend und muss in 20 Minuten ohne Taschenrechner gelöst werden. Einziges Hilfsmittel ist die zugelassene Merkhilfe.
- ***Prüfungsteil B:*** Aufgabenteil mit allen zugelassenen Hilfsmitteln
  Teil B besteht aus Pflicht- und Wahlaufgaben aus den folgenden fünf Bereichen:

  Pflichtaufgaben:
  1. Aufgabe: Finanzmathematik
  2. Aufgabe: Funktionaler Zusammenhang

  Wahlaufgaben:
  3. Aufgabe: Trigonometrie
  4. Aufgabe: Daten und Zufall
  5. Aufgabe: Figuren- und Raumgeometrie

  Die Pflichtaufgaben (Aufgaben 1 und 2) sind jedes Jahr Teil der Prüfung. Von den drei Wahlaufgaben (Aufgaben 3 bis 5) wählt ein Mitglied des Prüfungsausschusses (in der Regel Fachlehrkraft) zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus. Somit müssen vier dieser fünf Aufgaben gelöst werden. Dafür stehen 130 Minuten zur Verfügung. Zugelassene Hilfsmittel sind ein elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner, die zugelassene Merkhilfe sowie bekannt gegebene Ergänzungen.

Zusammenfassung:
Arbeitszeit: Teil A: 20 Minuten; Teil B: 130 Minuten
insgesamt: 150 Minuten

Zugelassene Hilfsmittel:
elektronischer, nicht programmierbarer Taschenrechner (nur für Teil B!), zugelassene Merkhilfe sowie die bekannt gegebenen Ergänzungen.

Zu allen Aufgaben gibt es in diesem Buch **ausführliche Lösungen**, bei denen besonders auf kleinschrittige und leicht nachvollziehbare Rechenwege Wert gelegt wurde. Die im Buch abgedruckte **Merkhilfe** entspricht der zugelassenen Merkhilfe, die du in der Prüfung verwenden darfst. Um das Üben bestimmter Aufgabentypen zu erleichtern, gibt es ein **Stichwortverzeichnis**, das deren gezieltes Auffinden ermöglicht.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu ebenfalls auf der **Plattform MySTARK** unter: **www.stark-verlag.de/mystark**

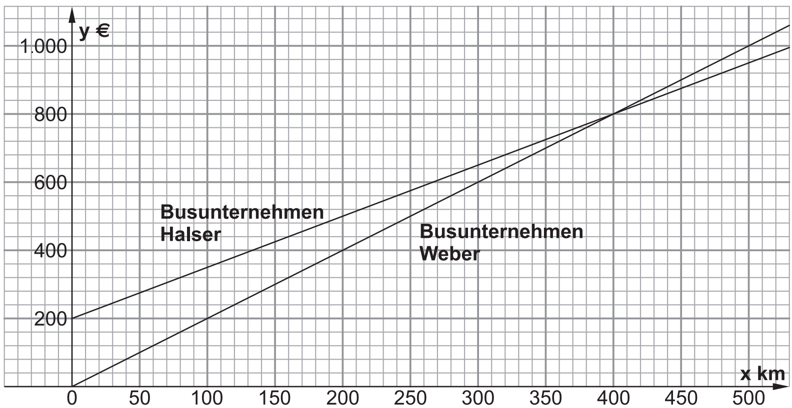
Mit den besten Wünschen für die Prüfung!

Abschlussprüfung 2022 an drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen
Mathematik – Aufgabenteil A

Hinweis: Wegen der Coronapandemie wurden auch in diesem Jahr Aufgaben aus dem Aufgabenteil A durch die Lehrkraft gestrichen. Aus Aufgabenteil A mussten der „Block ohne Wahlmöglichkeit" sowie zwei der drei Wahlblöcke bearbeitet werden.

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners – Block ohne Wahlmöglichkeit

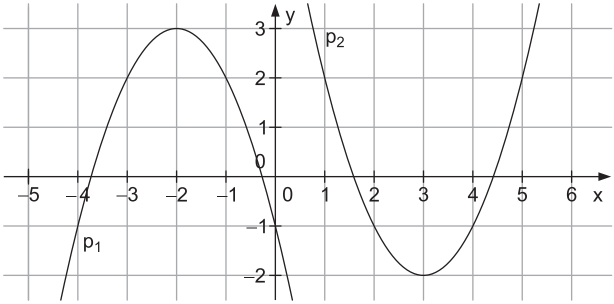
1. Die Klasse 10 b einer Wirtschaftsschule plant die Abschlussfahrt ins 150 km entfernte Salzburg. Die unten stehende Grafik veranschaulicht die Fahrtkosten von zwei ortsansässigen Busunternehmen in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern.



1.1 Entnehmen Sie aus der Grafik die Kosten für die Hin- und Rückfahrt des günstigeren Unternehmens und geben Sie diese an. 1

1.2 Vor Ort werden durch einige Ausflüge nochmals 170 km Fahrstrecke hinzukommen. Begründen Sie, ob diese Tatsache einen Einfluss auf die unter Aufgabe 1.1 getroffene Entscheidung hat. 1

2. Gegeben sind die Normalparabeln p_1: $y = -(x + 2)^2 + 3$ und p_2.

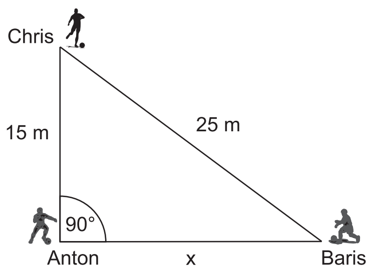


2.1 Geben Sie die Gleichung der Parabel p_2 in der Scheitelform an. 1

p_2: y = ________________________________

2.2 Wandeln Sie die Gleichung der Parabel p_1 in die allgemeine Form um. 2

3. Im Fußballtraining spielen sich die Kinder Anton, Baris und Chris die Bälle zu (siehe Skizze). Berechnen Sie die Entfernung x zwischen Anton und Baris. 2



7

Abschlussprüfung 2022 an drei- und vierstufigen Wirtschaftsschulen
Mathematik – Aufgabenteil B

Aufgabe 1 – Finanzmathematik

Frau Anna Blum ist Rentnerin und möchte bereits zu Lebzeiten einen Teil ihrer Erbschaft regeln. Sie verkauft ein Grundstück und zahlt ihrem Sohn Stefan 100.000,00 € und ihren beiden Enkelkindern Jan und Emily jeweils 30.000,00 € vorab aus.
Bis zu Emilys Volljährigkeit in sechs Jahren verbleibt ihr Anteil auf einem Festgeldkonto mit 1,75 % jährlicher Verzinsung.

1.1 Berechnen Sie, über welchen Betrag Emily an ihrem 18. Geburtstag verfügen kann. 2

Jan hat nach seiner Ausbildung ein Start-up-Unternehmen gegründet und möchte mit dem Geld in den kommenden vier Jahren den Markteintritt seines Produktes finanziell begleiten.
Er plant, die 30.000,00 € bei der Bank zu 2,25 % p. a. anzulegen und sich jeweils zu Beginn des Jahres einen festen Betrag auszahlen zu lassen.

1.2 Berechnen Sie den Betrag, den Jan verwenden kann, wenn er nach vier Jahren noch 10.000,00 € übrig haben möchte. 3

Nach erfolgreicher Produkteinführung kann es sich Jan mittlerweile leisten, Rücklagen zu bilden. Zu den verbliebenen 10.000,00 € zahlt er fortan am Jahresende 6.000,00 € ein. Die jährliche Verzinsung bleibt bei 2,25 %.

1.3 Berechnen Sie, nach wie vielen Jahren Jan 50.000,00 € an Rücklagen erreicht hat. 4

Stefan Blum ist Schreinermeister und möchte die Schenkung seiner Mutter zur Erweiterung seiner Werkstatt verwenden. Er rechnet mit Investitionskosten in Höhe von 160.000,00 €. Um die Finanzierungslücke zu schließen, muss er ein Darlehen in Anspruch nehmen (siehe Anlage Seite 7).

1.4 Erstellen Sie einen Tilgungsplan für die ersten zwei Jahre. 3

Da sich die Auftragslage sehr positiv entwickelt, kann Herr Blum mit Beginn des vierten Jahres die jährliche Tilgungsrate für seinen laufenden Kredit um 2.000,00 € erhöhen.

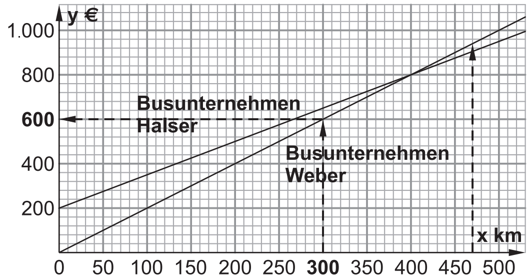
1.5 Berechnen Sie die neue Gesamtlaufzeit des Darlehens.
(Zwischenergebnis: $K_3 = 45.000,00$ €) 3

15

Lösung – Aufgabenteil A

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners – Block ohne Wahlmöglichkeit

1.1 Da der Bus auf der Hinfahrt und auf der Rückfahrt jeweils 150 km fährt, legt er insgesamt 300 km zurück. In der Grafik geht man also auf der x-Achse (≙ gefahrene Kilometer) bis x = 300 km und an dieser Stelle senkrecht nach oben. Die erste Gerade, auf die man trifft, gehört zum günstigeren Unternehmen. Die zugehörigen Kosten liest man an der y-Achse (≙ Kosten in €) ab.



Die Kosten für die 2 · 150 km = 300 km (Hin- und Rückfahrt) betragen beim günstigeren Busunternehmen Weber 600 €.

1.2 Zunächst ist die neue Gesamtanzahl an zurückgelegten Kilometern zu berechnen. Zu den 300 km für Hin- und Rückfahrt kommen 170 km für Ausflüge hinzu. In der Grafik muss man also nun bei x = 470 km senkrecht nach oben gehen (siehe rechts oben) und ablesen, welche Gerade eines Unternehmens zuerst getroffen wird.

Mit den Ausflügen legt der Bus nun insgesamt 300 km + 170 km = 470 km zurück. Bei dieser Kilometerzahl ist das Busunternehmen Halser günstiger. Somit hat diese Tatsache einen Einfluss auf die getroffene Entscheidung.

2.1 Die Scheitelform der Parabel ist $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ mit Formfaktor a und Scheitelpunkt $S(x_S \mid y_S)$. Da p_2 eine nach oben geöffnete (verschobene) Normalparabel ist, gilt $a = 1$. Der Scheitelpunkt von p_2 wird aus der Grafik abgelesen und in die Scheitelform eingesetzt.

Der Scheitelpunkt der Parabel p_2 ist $S(3 \mid -2)$. Außerdem gilt $a = 1$.

Einsetzen von $x_S = 3$, $y_S = -2$ und $a = 1$ in die Scheitelform p_2: $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ liefert:

p_2: $y = \underline{\underline{(x-3)^2 - 2}}$

2.2 Die Normalform der Parabel ist $y = ax^2 + bx + c$. Um p_1: $y = -(x+2)^2 + 3$ in die Normalform zu bringen, wird die Klammer mithilfe der binomischen Formeln aufgelöst.

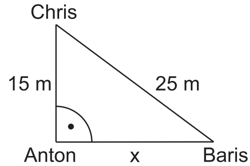
Umwandlung der Scheitelform in die Normalform:

$y = -(x+2)^2 + 3$	Auflösen der Klammer über das Binom oder durch Ausmultiplizieren. *Wichtig:* Das Minus vor der Klammer bleibt erhalten!
$y = -(x^2 + 4x + 4) + 3$	Klammer auflösen. Dabei gilt die Regel: „Steht ein Minus vor der Klammer, darf man die Klammer weglassen, wenn man alle Vorzeichen in der Klammer umdreht.“
$y = -x^2 - 4x - 4 + 3$	Zusammenfassen.
$y = -x^2 - 4x - 1$	

Die Normalform lautet: $\underline{\underline{p_1\text{: } y = -x^2 - 4x - 1}}$

3. Anton, Baris und Chris bilden zusammen ein rechtwinkliges Dreieck. Hier gilt der Satz des Pythagoras. Zwischen Chris und Baris liegt die Hypotenuse (längste Seite im Dreieck, liegt dem rechten Winkel gegenüber). Die anderen beiden Seiten sind die Katheten.

Berechnung der Entfernung x mit dem Satz von Pythagoras:



$$\begin{aligned}(25\text{ m})^2 &= x^2 + (15\text{ m})^2 \quad &&\vert -(15\text{ m})^2\\ (25\text{ m})^2 - (15\text{ m})^2 &= x^2\\ 625\text{ m}^2 - 225\text{ m}^2 &= x^2\\ x^2 &= 400\text{ m}^2 \quad &&\vert \sqrt{}\\ x &= 20\text{ m}\end{aligned}$$

Die Entfernung zwischen Anton und Baris beträgt $\underline{\underline{20\text{ m}}}$.

Aufgaben ohne Benutzung des Taschenrechners – Wahlblock 1

1.1 Diese Aufgabe kann man mit einem Dreisatz oder mit der Lösungsformel lösen.

1. Möglichkeit: Dreisatz

$$\begin{array}{lrcll} \cdot 2 & 100\,\% & \mathrel{\hat{=}} & 15\text{ Felder} & \cdot 2\\ :5 & 200\,\% & \mathrel{\hat{=}} & 30\text{ Felder} & :5\\ & 40\,\% & \mathrel{\hat{=}} & \underline{\underline{6\text{ Felder}}} & \end{array}$$

2. Möglichkeit: Lösungsformel

Gegeben: $G = 15$ Felder; $p\,\% = 40\,\%$

Gesucht: P

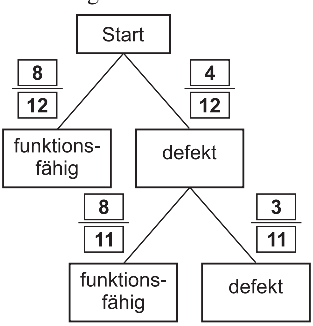
$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$P = \frac{15\text{ Felder} \cdot 40}{100} = \frac{3 \cdot 40}{20}\text{ Felder} = \underline{\underline{6\text{ Felder}}}$$

1.2 Die Anzahl der Stifte nimmt ab und damit ändern sich auch die Wahrscheinlichkeiten.

- Vor dem ersten Herausziehen sind $12 - 4 = 8$ Stifte funktionsfähig und 4 Stifte defekt.
  Wahrscheinlichkeit, beim 1. Zug einen funktionsfähigen Stift zu ziehen: $\frac{8}{12}$
  Wahrscheinlichkeit, beim 1. Zug einen defekten Stift zu ziehen: $\frac{4}{12}$
- Da der erste Stift nicht wieder zurückgelegt wird, sind nur noch 11 Stifte im Behälter. Das Baumdiagramm muss nur auf der Seite ergänzt werden, auf der der erste Stift defekt war. Somit sind noch 8 funktionsfähige und $4 - 1 = 3$ defekte Stifte vorhanden.
  Wahrscheinlichkeit, beim 2. Zug einen funktionsfähigen Stift zu ziehen: $\frac{8}{11}$
  Wahrscheinlichkeit, beim 2. Zug einen defekten Stift zu ziehen: $\frac{3}{11}$

Baumdiagramm:



Lösung – Aufgabenteil B

Aufgabe 1 – Finanzmathematik

1.1 Der Anteil von Emily in Höhe von 30.000 € wird für 6 Jahre auf Zinseszinsen angelegt.

Gegeben: $K_0 = 30.000\ €;\ n = 6;\ p\,\% = 1{,}75\ \% \quad \Rightarrow \quad q = 1{,}0175$

Gesucht: K_n

Berechnung des Betrags, über den Emily nach sechs Jahren verfügen kann:

$$K_n = K_0 \cdot q^n$$
$$K_6 = 30.000\ € \cdot 1{,}0175^6$$
$$\underline{\underline{K_6 = 33.291{,}07\ €}}$$

Emily kann an ihrem 18. Geburtstag über 33.291,07 € verfügen.

1.2 Jan möchte sich zu Beginn eines jeden Jahres (vorschüssig) einen festen Betrag auszahlen lassen. Bei dieser Kapitalminderung soll nach 4 Jahren ein Endkapital in Höhe von 10.000 € übrigbleiben. Gesucht ist die Höhe r der Rente, die er sich auszahlen lassen kann.

Gegeben: $K_0 = 30.000\ €;\ n = 4;\ K'_4 = 10.000\ €;\ p\,\% = 2{,}25\ \% \quad \Rightarrow \quad q = 1{,}0225$

Gesucht: r

Berechnung der Höhe r der jährlichen Auszahlungen (Rente):

$$K'_n = K_0 \cdot q^n - r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$
$$10.000\ € = 30.000\ € \cdot 1{,}0225^4 - r \cdot 1{,}0225 \cdot \frac{1{,}0225^4 - 1}{1{,}0225 - 1}$$
$$10.000\ € = 32.792{,}50\ € - r \cdot 4{,}2301 \qquad \left|\, -32.792{,}50\ €\right.$$
$$-22.792{,}50\ € = -r \cdot 4{,}2301 \qquad \left|\, :(-4{,}2301)\right.$$
$$\underline{\underline{r = 5.388{,}17\ €}}$$

Jan kann 5.388,17 € verwenden.

1.3 Jan startet mit 10.000 €, die er zu einem Zinssatz von 2,25 % angelegt hat, und zahlt jährlich am Jahresende (nachschüssig) 6.000 € ein. Es handelt sich also um eine Kapitalmehrung. Gesucht ist die Laufzeit (n), bis die Rücklagen auf 50.000,00 € angewachsen sind.

Gegeben: $K_0 = 10.000\ €;\ K_n = 50.000\ €;\ r = 6.000\ €;\ p\,\% = 2{,}25\ \% \quad \Rightarrow \quad q = 1{,}0225$

Gesucht: n

Berechnung der Anzahl n der Jahre:

$$K_n = K_0 \cdot q^n + r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$
$$50.000\ € = 10.000\ € \cdot 1{,}0225^n + 6.000\ € \cdot \frac{1{,}0225^n - 1}{1{,}0225 - 1}$$
$$50.000\ € = 10.000\ € \cdot 1{,}0225^n + 6.000\ € \cdot \frac{1{,}0225^n - 1}{0{,}0225} \qquad \left|\, \cdot 0{,}0225\right.$$
$$1.125\ € = 225\ € \cdot 1{,}0225^n + 6.000\ € \cdot (1{,}0225^n - 1)$$