2025

Realschulabschluss

Original-Prüfun

MEHR ERFAHREN

Thüringen

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

PDF

STARK

Inhalt

Fortsetzung siehe nächste Seite

Abschlussprüfung 2023

Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2024 freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MySTARK heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Bei **MySTARK** findest du:
- **Interaktives Training** zu den wichtigsten Kompetenzbereichen
- **Lernvideos** zu prüfungsrelevanten Themen
- **Jahrgang 2024**, sobald dieser zum Download bereit steht

Deinen Zugangscode zu MySTARK findest du auf der Umschlag-innenseite.

Autor:
Lösungen der Prüfungsaufgaben: Winfried Jahn

Hinweise

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

die **Prüfungsaufgaben** im Fach Mathematik werden in Thüringen zentral vom Kultusministerium gestellt. Die Aufgaben unterteilen sich in einen Pflicht- und einen Wahlteil. Die **Pflichtaufgaben** müssen alle Schülerinnen und Schüler lösen. Von den vier **Wahlaufgaben** wählst du zwei Aufgaben zur Bearbeitung aus.

Die **Verteilung der Bewertungseinheiten (BE)** für die jeweilige Aufgabe steht immer am Ende des Textes. Für die Pflichtaufgaben (inkl. Arbeitsblatt) gibt es insgesamt 40 BE und für die Wahlaufgaben insgesamt 20 BE.

Das **Arbeitsblatt** ist ein fester Bestandteil der Pflichtaufgaben. Es besteht aus mehreren kurzen Aufgaben aus verschiedenen Themengebieten. Insgesamt können auf dem Arbeitsblatt 10 BE erzielt werden.

Die **Arbeitszeit** beträgt insgesamt 180 Minuten. Als Hilfsmittel sind eine Formelsammlung und ein Taschenrechner, der weder programmierbar noch grafikfähig ist, zugelassen.

Direkt vor der Lösung jeder einzelnen Aufgabe findest du **Lösungshinweise** und **Tipps**. Diese helfen dir, selbst zum Ziel zu kommen und zunächst die Lösung **selbstständig** zu rechnen. Fällt dir die Lösung also nicht sofort ein, lies zunächst die Hinweise und Tipps und versuche es danach noch einmal!

Die **Lösungswege** zu den einzelnen Aufgaben sind **ausführlich und schülergerecht** beschrieben, d. h. für alle nachvollziehbar. Bei jeder Aufgabe wird *mindestens ein* gängiger Lösungsweg vorgestellt. Alternativen sind jederzeit möglich. Besonderer Wert wurde auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen, z. B. Skizzen, gelegt.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschlussprüfung 2025 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu auf der **Plattform MySTARK** (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

Der Autor und der STARK Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

Pflichtaufgabe 1

Lösen Sie die Aufgaben a) bis d) auf dem Arbeitsblatt. (10 BE)

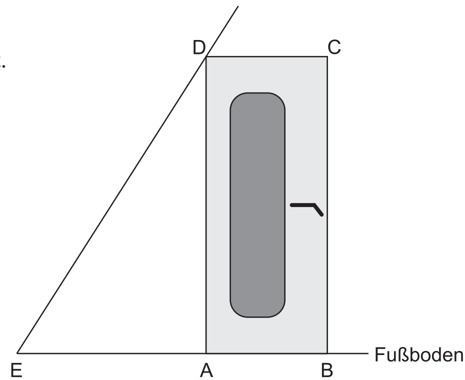
Arbeitsblatt

a) Prüfen Sie rechnerisch, ob die Tür neben der Dachschräge rechtwinklig zum Fußboden ist. (2 BE)

$\overline{AE} = 1{,}5\ \text{m}$

$\overline{AD} = 2{,}0\ \text{m}$

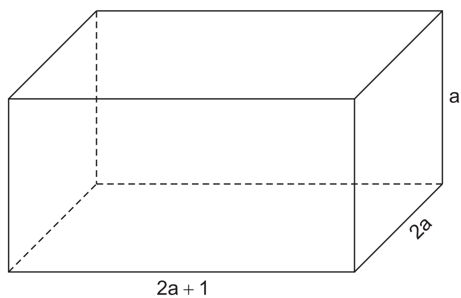
$\overline{DE} = 2{,}5\ \text{m}$



Skizze nicht maßstäblich

b) Geben Sie die Summe aller Kantenlängen des Quaders als Term an. (2 BE)

Vereinfachen Sie diesen so weit wie möglich.



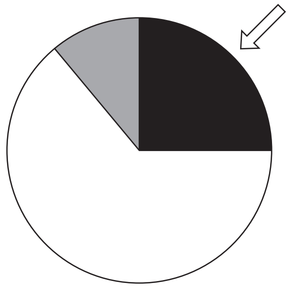
Skizze nicht maßstäblich

c) Beim dargestellten Glücksrad erhält man mit einer Wahrscheinlichkeit von 25 % einen Trostpreis. Zeigt der Pfeil auf die graue Fläche, erhält man den Hauptpreis. Zeigt der Pfeil auf die weiße Fläche, bedeutet es, dass man verliert.

Nach einmaligem Drehen zeigt der Pfeil auf die graue Fläche.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis.

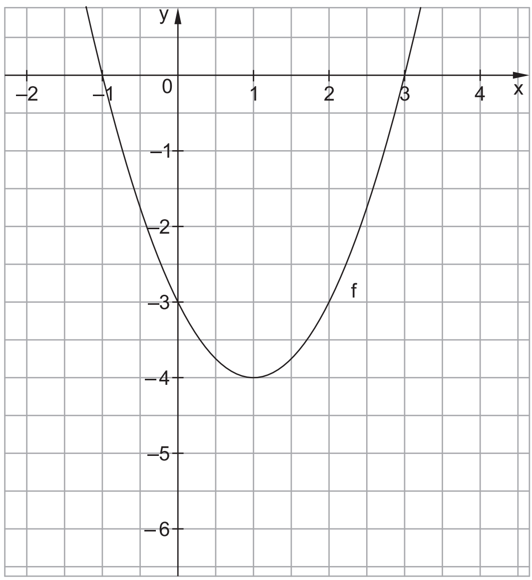
Messen Sie dafür den entsprechenden Winkel in der maßstäblichen Darstellung des Glücksrades.



(3 BE)

d) Durch den Scheitelpunkt des Graphen f und eine Nullstelle von f verläuft der Graph einer steigenden linearen Funktion g(x).

Zeichnen Sie den Graphen g ein und geben Sie die Funktionsgleichung für g(x) an.



(3 BE)

Pflichtaufgabe 2

Für Lebensmittel gilt in Deutschland ein Mehrwertsteuersatz von 7 %.
Eine Torte kostet ohne Mehrwertsteuer 18,00 €.

a) Berechnen Sie den Kaufpreis der Torte mit der Mehrwertsteuer. (2 BE)

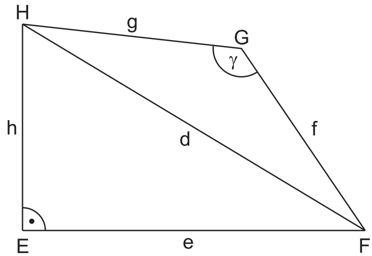
Der Kaufpreis für ein Stück Fleisch beträgt 27,82 € mit der Mehrwertsteuer.

b) Berechnen Sie die Mehrwertsteuer für dieses Stück Fleisch. (3 BE)

Wahlaufgabe 11 – Geometrie

11.1 Für das Viereck EFGH gilt:

$e = 12{,}0\text{ cm}$
$h = 5{,}0\text{ cm}$
$f = g$
$\gamma = 120°$



Skizze nicht maßstäblich

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks EFGH. (7 BE)

11.2 Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $a = 12{,}0\text{ cm}$; $b = 15{,}0\text{ cm}$ und $c = 18{,}0\text{ cm}$.

Berechnen Sie einen Winkel des Dreiecks ABC. (3 BE)

Realschulabschluss 2023 Mathematik (Thüringen)
Lösungen Pflichtaufgaben

Pflichtaufgabe 1

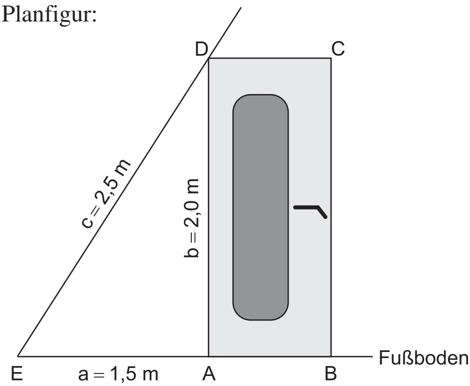
a) Rechnerisch prüfen, ob die Tür rechtwinklig zum Fußboden ist

Fertige zunächst eine Planfigur an und beschrifte die Seiten oder ergänze die Skizze aus der Aufgabenstellung.
Überprüfe mit dem Satz des Pythagoras, ob es sich bei dem Dreieck EAD um ein rechtwinkliges Dreieck handelt.

Lösung:

gegeben: $\overline{AE} = 1{,}5\text{ m}$
$\overline{AD} = 2{,}0\text{ m}$
$\overline{DE} = 2{,}5\text{ m}$

Planfigur:



Wenn das Dreieck EAD ein rechtwinkliges Dreieck ist, dann sind die Strecken $a = \overline{AE}$ und $b = \overline{AD}$ Katheten und für die Hypotenuse c gilt mit dem Satz des Pythagoras:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = (1{,}5\text{ m})^2 + (2{,}0\text{ m})^2$

$c^2 = 6{,}25\text{ m}^2 \quad \Big|\sqrt{}$

$c = 2{,}5\text{ m}$

Die berechnete Größe für die Länge der Strecke $\overline{DE}$ entspricht der gegebenen Größe. Die Tür steht somit rechtwinklig zum Fußboden.

b) Angeben der Summe aller Kantenlängen des Quaders und Vereinfachen des Terms

Überlege dir zunächst, wie oft jede Kantenlänge vorhanden ist.
Multipliziere die Anzahl der Kantenlängen mit dem jeweiligen Term und bilde die Summe.
Vereinfache nun den Term.

Lösung:

Es gibt jeweils vier Kantenlängen der gleichen Art.

$a \rightarrow 4 \cdot a$

$2a \rightarrow 4 \cdot (2a)$

$2a + 1 \rightarrow 4 \cdot (2a + 1)$

Term:

$\mathbf{4 \cdot a + 4 \cdot (2a) + 4 \cdot (2a + 1)} \quad \Big|\text{ Ausmultiplizieren}$

$= 4a + 8a + 8a + 4 \quad \Big|\text{ Zusammenfassen}$

$= \mathbf{20a + 4}$

Der vereinfachte Term heißt $20a + 4$.

c) Ermitteln der Wahrscheinlichkeit für einen Hauptpreis

Miss zunächst den Winkel der grauen Fläche in der Darstellung.
Setze den Winkel in das Verhältnis zum Vollwinkel und gib die Wahrscheinlichkeit an.

Lösung:

Messung des Winkels der grauen Fläche: 40°

Verhältnis zum Vollwinkel 360°:

$$P = \frac{40°}{360°} = \mathbf{\frac{40}{360} = \frac{1}{9} \approx 11{,}1\ \%}$$

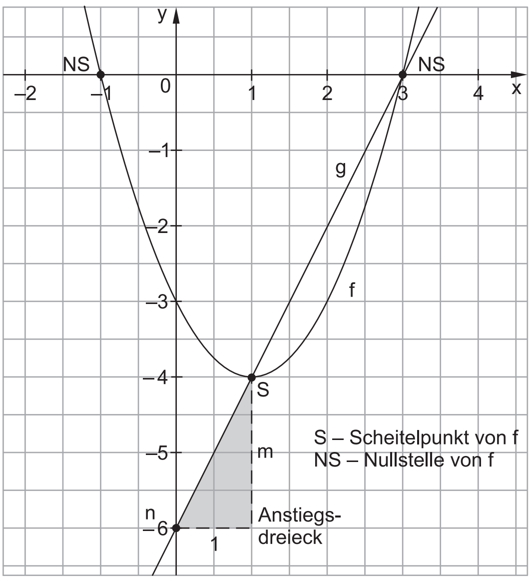
Die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptpreis beträgt $\frac{40}{360}$ oder $\frac{1}{9}$ oder etwa 11,1 %.

d) Einzeichnen des Graphen g und Angeben der Funktionsgleichung für g(x)

Markiere den Scheitelpunkt des Graphen f und die Nullstellen.
Überlege nun, bei welcher Nullstelle sich eine steigende lineare Funktion ergibt, und zeichne den Graphen g als Gerade ein.
Bestimme nun mithilfe des y-Achsenabschnitts für n und mit dem Anstiegsdreieck m die Gleichung der linearen Funktion g(x).

Lösung:

Einzeichnen des Graphen g



Hinweis: Nur die Nullstelle $x_2 = 3$ führt zu einer steigenden linearen Funktion g(x).

Angeben der Funktionsgleichung für g(x):
Allgemeine Gleichung einer linearen Funktion

$$y = \underbrace{m}_{\text{Anstieg}} \cdot x + \underbrace{n}_{\text{y-Achsenabschnitt}}$$

Mit $m = 2$ und $n = -6$ aus der Darstellung folgt:

$\mathbf{y = g(x) = 2x - 6}$

Die Gleichung der linearen Funktion g(x) lautet $y = g(x) = 2x - 6$.

Pflichtaufgabe 2

a) Berechnen des Kaufpreises der Torte mit Mehrwertsteuer

- Erkenne den Preis der Torte ohne Mehrwertsteuer als Grundwert.
- Berechne nun mit dem Prozentsatz von 7 % den Prozentwert. Dieser entspricht dem Preisanteil der Mehrwertsteuer.
- Entnimm die Formel zur Prozentrechnung aus der Formelsammlung.
- Addiere nun den Grundwert und den Prozentwert und du erhältst den Kaufpreis der Torte mit Mehrwertsteuer.

Lösung:

gegeben: Grundwert $G = 18{,}00$ €
Mehrwertsteuersatz $p\,\% = 7\,\%$

gesucht: Mehrwertsteuer W in €; Kaufpreis P der Torte mit Mehrwertsteuer in €

Formel für den Prozentwert:

$$W = \frac{p \cdot G}{100}$$

Einsetzen:

$$W = \frac{7 \cdot 18{,}00\text{ €}}{100}$$

$$W = 1{,}26\text{ €}$$

Berechnung des Kaufpreises P der Torte mit Mehrwertsteuer:

$P = G + W$

$P = 18{,}00\text{ €} + 1{,}26\text{ €}$

$\mathbf{P = 19{,}26\text{ €}}$

Der Kaufpreis der Torte mit Mehrwertsteuer beträgt 19,26 €.

b) Berechnen der Mehrwertsteuer für dieses Stück Fleisch

Du musst erkennen, dass sich der Kaufpreis für dieses Stück Fleisch aus dem Grundwert und dem Preis für die Mehrwertsteuer zusammensetzt.
Berechne nun aus dem Kaufpreis den Grundwert der Ware.
Entnimm die Formel zur Prozentrechnung aus der Formelsammlung.
Aus der Differenz von Kaufpreis und Grundwert ermittelst du die Mehrwertsteuer.

Lösung:

gegeben: Kaufpreis mit der Mehrwertsteuer $W = 27{,}82\ €$
Mehrwertsteuersatz $p\,\% = 7\,\%$

gesucht: Mehrwertsteuer P in €

Der Wert W entspricht dem um 7 % erhöhten Grundwert. Damit ergibt sich für den Wert 27,82 € ein Prozentsatz von 107 %.

Formel für den Grundwert:

$$G = \frac{W \cdot 100}{p}$$

Einsetzen:

$$G = \frac{27{,}82\ € \cdot 100}{107}$$

$$G = 26{,}00\ €$$

Berechnung der Mehrwertsteuer für dieses Stück Fleisch:

$$P = W - G$$

$$P = 27{,}82\ € - 26{,}00\ €$$

$$\mathbf{P = 1{,}82\ €}$$

Die Mehrwertsteuer für dieses Stück Fleisch beträgt 1,82 €.

Pflichtaufgabe 3

a) Erstellen einer Wertetabelle und Darstellen der Funktion f(x)

Überlege dir im Intervall von $-2{,}5 \leq x \leq 2{,}5$ geeignete x-Werte. Beachte, dass $x \neq 0$ gilt.
Fertige eine Wertetabelle an und berechne die zugehörigen Funktionswerte.
Stelle die geordneten Paare aus der Wertetabelle als Punkte im Koordinatensystem dar und skizziere den Graphen der Funktion f(x).

Lösung:

Wertetabelle zu $y = f(x) = x^{-2}$:

x	–2,5	–2	–1	–0,5	–0,25	0,25	0,5	1	2	2,5
y	0,16	0,25	1	4	16	16	4	1	0,25	0,16

Mit der Produktregel ergibt sich:

$P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{56}$

Eine Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{56}$ tritt zum Beispiel ein, wenn die Kugel mit der Beschriftung 1 und dann die Kugel mit der Beschriftung 5 gezogen wird.

Hinweis: Es gibt noch mehrere Möglichkeiten für eine solche Wahrscheinlichkeit.

Wahlaufgabe 11 – Geometrie

11.1 Berechnen des Flächeninhalts des Vierecks EFGH

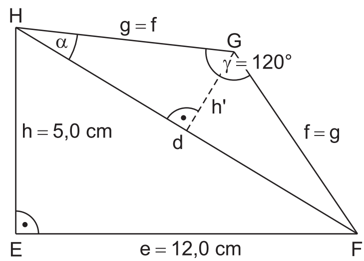
Fertige eine Planfigur an und beschrifte sie mit den vorgegebenen Angaben oder ergänze die Abbildung aus der Aufgabenstellung.
Berechne zunächst den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks EFH mit der Flächeninhaltsformel für rechtwinklige Dreiecke.
Das Dreieck FGH ist ein gleichschenkliges Dreieck.
Berechne zuerst die Länge der Strecke $\overline{FH}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck EFH.
Die Höhe im gleichschenkligen Dreieck FGH kannst du über eine trigonometrische Beziehung berechnen.
Bestimme nun mit der Flächeninhaltsformel für allgemeine Dreiecke den Flächeninhalt des Dreiecks FGH.
Die Summe der Flächeninhalte der Dreiecke ergibt den Flächeninhalt des Vierecks EFGH.
Alternativ kannst du im gleichschenkligen Dreieck FGH mit dem Sinussatz die Länge der Strecken $\overline{HG} = \overline{FG}$ berechnen und damit den Flächeninhalt des Dreiecks FGH mit der Flächeninhaltsformel für allgemeine Dreiecke.

Lösung:

gegeben: $e = 12{,}0$ cm
$h = 5{,}0$ cm
$f = g$
$\gamma = 120°$

gesucht: Flächeninhalt des Vierecks EFGH

Planfigur:



Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks EFH:

$A_1 = \frac{1}{2} \cdot e \cdot h \quad$ (e, h: Katheten)

$A_1 = \frac{1}{2} \cdot 12{,}0\ \text{cm} \cdot 5{,}0\ \text{cm}$

$A_1 = 30\ \text{cm}^2$

Berechnung der Strecke $d = \overline{FH}$ mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck EFH:

$d^2 = h^2 + e^2$

$d^2 = (5{,}0\ \text{cm})^2 + (12{,}0\ \text{cm})^2$

$d^2 = 169\ \text{cm}^2 \qquad |\sqrt{}$

$d = 13{,}0\ \text{cm}$

Berechnung des Basiswinkels α im gleichschenkligen Dreieck FGH:
$\sphericalangle FHG = \alpha = (180° - 120°) : 2 = 30°$

Berechnung der Höhe h' mit dem Tangens:

$$\tan\alpha = \frac{h'}{\frac{d}{2}} \qquad \left(\frac{d}{2} = \frac{13{,}0\text{ cm}}{2} = 6{,}5\text{ cm}\right)$$

$$\tan 30° = \frac{h'}{6{,}5\text{ cm}} \qquad \Big|\cdot 6{,}5\text{ cm}$$

$$h' = 6{,}5\text{ cm} \cdot \tan 30°$$

$$h' \approx 3{,}75\text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks FGH:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot d \cdot h'$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 13{,}0\text{ cm} \cdot 3{,}75\text{ cm}$$

$$A_2 \approx 24{,}4\text{ cm}^2$$

Berechnung des Flächeninhalts des Vierecks EFGH:

$$A_{EFGH} = A_1 + A_2$$

$$A_{EFGH} = 30\text{ cm}^2 + 24{,}4\text{ cm}^2$$

$$\mathbf{A_{EFGH} = 54{,}4\text{ cm}^2}$$

Der Flächeninhalt des Vierecks EFGH ist 54,4 cm^2 groß.

Alternative Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks FGH:

Für die Strecke $d = \overline{FH}$ ergibt sich mit dem Satz des Pythagoras im Dreieck EFH:
$d = 13{,}0$ cm (Berechnung siehe vorherige Seite)

Für den Basiswinkels α im gleichschenkligen Dreieck FGH gilt:
$\alpha = 30°$ (Berechnung siehe oben)

Berechnung der Strecke $f = \overline{FG}$ mit dem Sinussatz im Dreieck FGH:

$$\frac{f}{\sin\alpha} = \frac{d}{\sin\gamma}$$

$$\frac{f}{\sin 30°} = \frac{13{,}0\text{ cm}}{\sin 120°} \qquad \Big|\cdot \sin 30°$$

$$f = \frac{13{,}0\text{ cm} \cdot \sin 30°}{\sin 120°}$$

$$f \approx 7{,}5\text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhalts des Dreiecks FGH:

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot f \cdot g \cdot \sin\gamma \qquad (g = f)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 7{,}5\text{ cm} \cdot 7{,}5\text{ cm} \cdot \sin 120°$$

$$A_2 \approx 24{,}4\text{ cm}^2$$

11.2 Berechnen eines Winkels im Dreieck ABC

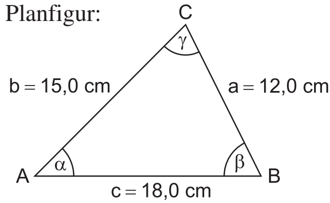
Es handelt sich um ein allgemeines Dreieck.
Fertige eine Planfigur an und beschrifte die gegebenen Stücke.
Mit dem Kosinussatz kannst du einen Winkel des Dreiecks ABC berechnen, zum Beispiel den Winkel γ

Lösung:

gegeben: Seite $a = 12{,}0$ cm
Seite $b = 15{,}0$ cm
Seite $c = 18{,}0$ cm

gesucht: ein Winkel des Dreiecks ABC, z. B. γ

Planfigur:



Berechnung des Winkels γ mit dem Kosinussatz:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

Umformen nach $\cos\gamma$: $(18{,}0\text{ cm})^2 = (12{,}0\text{ cm})^2 + (15{,}0\text{ cm})^2 - 2 \cdot 12{,}0\text{ cm} \cdot 15{,}0\text{ cm} \cdot \cos\gamma$

$$(18{,}0\text{ cm})^2 - (12{,}0\text{ cm})^2 - (15{,}0\text{ cm})^2 = -2 \cdot 12{,}0\text{ cm} \cdot 15{,}0\text{ cm} \cdot \cos\gamma$$

$$\cos\gamma = \frac{(18{,}0\text{ cm})^2 - (12{,}0\text{ cm})^2 - (15{,}0\text{ cm})^2}{-2 \cdot 12{,}0\text{ cm} \cdot 15{,}0\text{ cm}}$$

$$\cos\gamma = 0{,}125$$

$$\boldsymbol{\gamma \approx 82{,}8°}$$

Die Größe des Winkels γ beträgt etwa 82,8°.

Hinweis: Analog ergibt sich mit dem Kosinussatz für den Winkel α etwa 41,4° und für den Winkel β etwa 55,8°.

Wahlaufgabe 12 – Funktionen

12.1 a) Darstellen der Graphen f und g in einem Koordinatensystem

Die Funktion f(x) ist eine quadratische Funktion in Normalform. Der dazugehörige Graph ist eine nach oben geöffnete Normalparabel.
Berechne den Scheitelpunkt S mithilfe der Formel aus der Formelsammlung und zeichne mit der Parabelschablone den Graphen f.
Die Funktion g(x) ist eine lineare Funktion, die mithilfe des y-Achsenabschnitts und des Anstiegsdreiecks gezeichnet werden kann.

Lösung:

Berechnung des Scheitelpunktes von $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$:

Formel für den Scheitelpunkt:

$$S\left(-\frac{p}{2} \,\middle|\, -\frac{p^2}{4} + q\right)$$

Setzt man $p = -4$ und $q = 3$ ein, ergibt sich:

$$S\left(-\frac{-4}{2} \,\middle|\, -\frac{(-4)^2}{4} + 3\right)$$

$$S(2\,|\,-1)$$